例題1　円の角度 —— 中心O・半円と接線・角の二等分線

下の図で、$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)　図1で、点 O は円の中心で、3点 A, B, C は円周上の点である。$\angle OAB = 35^\circ$

(2)　図2は、AB を直径とする半円で、点 O は AB の中点である。点 C は直線 AB 上の点、点 D は C から半円にひいた接線の接点で、$\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{DB} = 1 : 2$ である。

(3)　図3で、4点 A, B, C, D は円周上の点で、BD は $\angle ABC$ の二等分線である。$\angle BAC = 70^\circ$、$\angle ACD = 32^\circ$（$\angle x$ は $\angle ADB$）

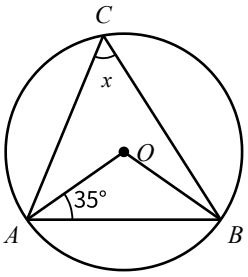


図1

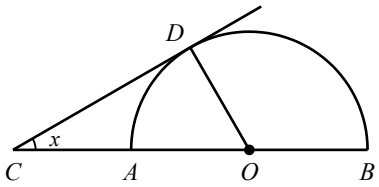


図2

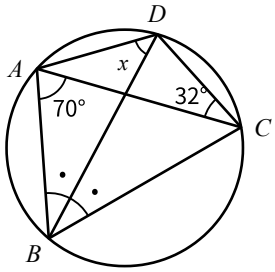


図3

解き方　(1)　$OA = OB$ だから $\triangle OAB$ は二等辺三角形で、$\angle OBA = 35^\circ$。$\angle AOB = 180^\circ - 35^\circ \times 2 = 110^\circ$

$\angle x$ は $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから、中心角の半分で　$\angle x = 110^\circ \div 2 = 55^\circ$　　**答**　55°

(2)　弧の比が $1 : 2$ だから、中心角も $1 : 2$。$\angle AOD = 180^\circ \times \dfrac{1}{3} = 60^\circ$

接線は接点を通る半径に垂直だから $\angle ODC = 90^\circ$。$\triangle OCD$ で　$\angle x = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$　　**答**　30°

(3)　$\angle ABD$ と $\angle ACD$ は $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角だから $\angle ABD = 32^\circ$。BD は二等分線なので $\angle ABC = 64^\circ$。

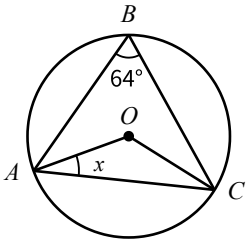
$\triangle ABC$ で $\angle ACB = 180^\circ - 70^\circ - 64^\circ = 46^\circ$。$\angle x$ と $\angle ACB$ は $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから　　**答**　46°

※ 角度の問題は、わかった角を**すぐ図に書きこむ**。「同じ弧の円周角」を色々な組で探す。

スピード練習　円の角度を1問1分で

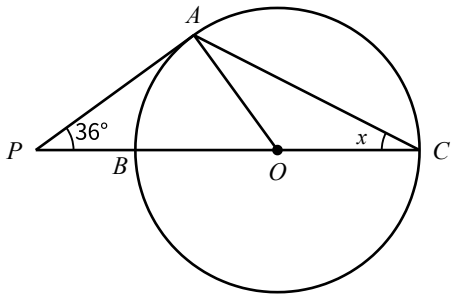
目標3分

(1) 下の図で、点 O は円の中心で、3点 A, B, C は円周上の点である。$\angle ABC = 64^\circ$ のとき、$\angle x$ の大きさを求めなさい。



答

(2) 下の図で、直線 PA は点 A で円 O に接している。直線 PO と円の交点を B, C とする。$\angle APO = 36^\circ$ のとき、$\angle x$（$\angle ACB$）の大きさを求めなさい。



答

解答（答えと短い解き方）

円周角 発展② 中心角・接線・角の二等分線

スピード練習　円の角度を1問1分で

(1)　26°

$\angle AOC$ は $\overset{\frown}{AC}$ に対する中心角で $64^\circ \times 2 = 128^\circ$。$OA = OC$ だから $\angle x = (180^\circ - 128^\circ) \div 2 = 26^\circ$

(2)　27°

接線は接点を通る半径に垂直だから $\angle OAP = 90^\circ$。$\angle AOB = 180^\circ - 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$。$\angle x$ は $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角だから $54^\circ \div 2 = 27^\circ$

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。