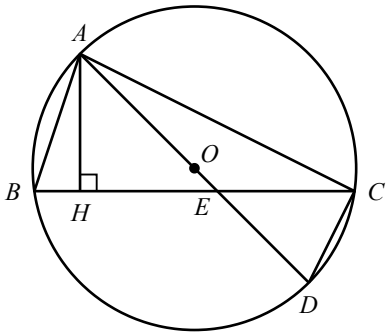
練習1 入試の形で解こう　円周角と直径

目標13分

(1) 図において、$\triangle ABC$ は $AB < AC$ の鋭角三角形であり、3点 A, B, C は円 O の周上にある。H は、A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点である。D は、直線 AO と円 O との交点のうち A と異なる点である。E は、線分 AD と辺 BC との交点である。C と D とを結ぶ。
円 O の半径を r cm、$\angle ABC = a^\circ$ とするとき、おうぎ形 OCD（中心角 $\angle COD$ が 180° より小さい方）の面積を a, r を用いて表しなさい。円周率は π とする。



答

(2) $\triangle ABH \backsim \triangle ADC$ であることを証明しなさい。

(3) $AH = 3$ cm、$BH = 1$ cm、$HC = 6$ cm であるとき、線分 AD の長さを求めなさい。

答

(4) (3)のとき、線分 BE の長さを求めなさい。

答

解答（答えと短い解き方）

円周角 入試① 円周角と直径・相似の証明

練習1　入試の形で解こう　円周角と直径

(1)　$\dfrac{90-a}{180}\pi r^2$ cm²

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいから　$\angle ADC=\angle ABC=a^\circ$。$OC=OD$（半径）だから $\angle OCD=\angle ODC=a^\circ$、$\angle COD=180^\circ-2a^\circ$。面積は　$\pi r^2\times\dfrac{180-2a}{360}=\dfrac{90-a}{180}\pi r^2$

(2)　$\triangle ABH$ と $\triangle ADC$ において

仮定より　$\angle AHB=90^\circ$　…㋐

線分 AD は円 O の直径だから　$\angle ACD=90^\circ$　…㋑

㋐、㋑より　$\angle AHB=\angle ACD$　…㋒

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいから　$\angle ABH=\angle ABC=\angle ADC$　…㋓

㋒、㋓より、2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABH\backsim\triangle ADC$

決め手は「直径に対する円周角は 90°」（㋑）と「$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しい」（㋓）。

(3)　$5\sqrt{2}$ cm

三平方の定理より　$AB=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$、$AC=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$。(2)より $AB:AD=AH:AC$ だから $\sqrt{10}:AD=3:3\sqrt{5}$、$3AD=3\sqrt{50}$、$AD=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

(4)　4 cm

(2)より $DC=\sqrt{5}$。$\triangle ABE\backsim\triangle CDE$（相似比 $\sqrt{2}:1$）。$BE=x$ として $AE+ED=AD$ から $x=4$。

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。