第3講　関数（一次関数の利用・放物線と直線の求め方）

表の穴うめ → 式 → 逆算 → 2つの条件／座標を文字で表して「求め方」を書く／変化の割合・反比例

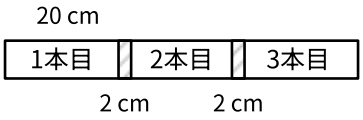
要点の確認	例題	練習	確認テスト
10分	20分	35分	10分

要点　一次関数の利用 —— 表から式を作る

- **① 式の作り方**　「1つ増えるごとに a ずつ増える」→ 傾きが a。$x=0$ のときの値が切片 b。
  表が $x=1$ や $x=2$ から始まるときは、$x=0$ までもどして b を出す。例：$x=2$ のとき 50、1つ増えるごとに 15 増える → $b=50-2\times15=20$、$y=15x+20$
- **② 逆算**　y の値を式に代入して、x の一次方程式を解く。答えが自然数になるかで確かめられる。
- **③ 2つの条件（問2）**「合わせて〜本」→ $s+t=\cdots$。「長さが同じ」→（s の式）＝（t の式）。「〜円高い」→（高い方）−（安い方）＝差。「1つ増えるごとに a cm」→ わかっている値を代入して a の方程式。
- **④ 減っていく場面**　「1分ごとに 0.5 cm ずつ短くなる」→ 傾きは負で $y=-0.5x+b$。

例題1　一次関数の利用 —— 紙テープをつなぐ

長さ 20 cm の青い紙テープを、はしを 2 cm ずつ重ねてはり合わせ、1本の長いテープを作る（図）。「テープの本数」が1本のとき「できたテープの長さ」は 20 cm であり、「テープの本数」が1本増えるごとに「できたテープの長さ」は 18 cm ずつ長くなる。「テープの本数」が x 本のときの「できたテープの長さ」を y cm とする。



x	1	2	3	4	…	8	…
y	20	38	56	（ア）	…	（イ）	…

(1)　表の（ア）、（イ）にあてはまる数を書きなさい。　(2)　y を x の式で表しなさい。

(3)　$y=362$ となるときの x の値を求めなさい。

(4)　長さ 24 cm の白い紙テープも、同じように 2 cm ずつ重ねてはり合わせる。Aさんは青いテープを s 本、Bさんは白いテープを t 本はり合わせた。使ったテープは合わせて 40 本で、できた2本のテープの長さは同じだった。s,t の値を求めなさい。

解き方　(1)　（ア）$56+18=74$　（イ）$20+18\times7=146$　　**答　（ア）74　（イ）146**

(2)　傾きは18。$x=0$ にもどすと $20-18=2$ で、切片は2。　　**答**　$y=18x+2$

(3)　$18x+2=362$ より $18x=360$、$x=20$　　**答**　$x=20$

(4)　白いテープは1本で 24 cm、1本増えるごとに $24-2=22$ cm 長くなるので $y=22x+2$。

$\begin{cases} s+t=40 \\ 18s+2=22t+2 \end{cases}$　下の式から $9s=11t$。$s=40-t$ を代入して $9(40-t)=11t$

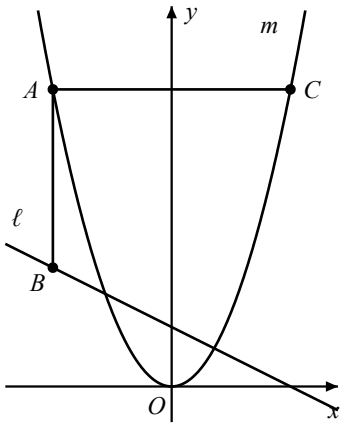
$20t=360$、$t=18$、$s=22$　　**答**　$s=22, t=18$

要点　「求め方」は4つの手順で書く

- **① 点の座標を文字で表す**　「A は m 上の点だから　$A(-4,\ 16a)$」。$y=ax^2$ 上で x 座標が p の点は $(p,\ ap^2)$。
- **② 長さを式で表す**　y 軸に平行な線分の長さ＝（上の点の y 座標）$-$（下の点の y 座標）。x 軸に平行な線分の長さ＝（右の x 座標）$-$（左の x 座標）。$y=ax^2$ のグラフは y 軸について対称なので、$(p,\ ap^2)$ と $(-p,\ ap^2)$ の間は $2p$。
- **③ 条件から方程式**　「線分 AB の長さは線分 AC の長さより 2 cm 短いから」と、使う条件を言葉で書いてから式を書く。
- **④ 解いて確かめる**　「$a>0$」「$t>0$」などに合うものを答えにする。

例題2　放物線と直線 —— 長さの差から a を求める

右の図において、m は関数 $y=ax^2$（a は正の定数）のグラフを表し、ℓ は関数 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり、その x 座標は -4 である。B は、A を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点であり、A の y 座標は B の y 座標より大きい。C は、A を通り x 軸に平行な直線と m との交点のうち A と異なる点である。線分 AB の長さは、線分 AC の長さより 2 cm 短い。a の値を求めなさい。答えを求める過程がわかるように、途中の式を含めた求め方も説明すること。ただし、原点Oから点(1，0)までの距離、原点Oから点(0，1)までの距離はそれぞれ1 cmであるとする。



解き方　〔求め方〕　A は m 上の点だから　$A(-4,\ 16a)$

B は ℓ 上の点で、x 座標は -4 だから　$y=-\dfrac{1}{2}\times(-4)+2=4$　より　$B(-4,\ 4)$

よって　$AB=16a-4$（cm）

C は A と y 軸について対称な点だから　$C(4,\ 16a)$　　よって　$AC=4-(-4)=8$（cm）

線分 AB の長さは線分 AC の長さより 2 cm 短いから　$16a-4=8-2$

これを解くと　$16a=10$、$a=\dfrac{5}{8}$　　**答**　$a=\dfrac{5}{8}$

部分点のつくところ（6点の問題。白紙にしないことがいちばん大事）

・A, B, C の座標を a で正しく表せている。　・AB, AC の長さを a の式で表せている。　・条件から正しい方程式が立てられている。

・答えだけ書いても、途中がなければ満点にならない。「〜だから」「よって」をつないで、読む人がたどれるように書く。

要点　変化の割合と反比例

- **① 変化の割合** $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$。一次関数 $y=ax+b$ では、いつも a。（y の増加量 $=a\times x$ の増加量）
- **② $y=ax^2$ の変化の割合**　x が p から q まで増加するとき　$a(p+q)$。例：$y=2x^2$、x が1から3まで → $2\times(1+3)=8$
- **③ 反比例** $y=\dfrac{a}{x}$　$xy=a$（一定）。x が2倍、3倍…になると y は $\dfrac{1}{2}$ 倍、$\dfrac{1}{3}$ 倍…。グラフは双曲線で、原点を通らない。$a>0$ のとき、$x>0$ の範囲で x が増加すると y は減少する。
- **④ 反比例の変化の割合は一定ではない**　2つの点の y を求めてから計算する。

例題3　変化の割合を求める

(1)　関数 $y=-2x^2$ について、x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めなさい。
(2)　y は x に反比例し、$x=3$ のとき $y=-8$ である。x の値が2から6まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解き方　(1)　$-2\times(1+3)=-8$　（確かめ：$x=1$ で -2、$x=3$ で -18。$\dfrac{-18-(-2)}{3-1}=-8$）　**答**　-8

(2)　$a=xy=3\times(-8)=-24$ で $y=-\dfrac{24}{x}$。$x=2$ で $y=-12$、$x=6$ で $y=-4$。

$\dfrac{-4-(-12)}{6-2}=\dfrac{8}{4}=2$　**答**　**2**

練習1　スピード練習　変化の割合・反比例を1問1分で

目標6分

(1) 一次関数 $y=-3x+5$ について、x の値が2から6まで増加するときの y の増加量を求めなさい。

答

(2) 関数 $y=3x^2$ について、x の値が -4 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

答

(3) y は x に反比例し、そのグラフは点 $(-3,\ 6)$ を通る。$x=9$ のときの y の値を求めなさい。

答

(4) 関数 $y=\dfrac{16}{x}$ について、正しいものを次のア〜エからすべて選び、記号を○で囲みなさい。

ア　グラフは原点を通る。
イ　x の値が2倍になると、y の値は $\dfrac{1}{2}$ 倍になる。
ウ　$x>0$ の範囲で、x の値が増加すると y の値も増加する。
エ　x と y の積は、つねに16である。

答

(5) 関数 $y=ax^2$ について、x の値が -3 から1まで増加するときの変化の割合が6である。a の値を求めなさい。

答

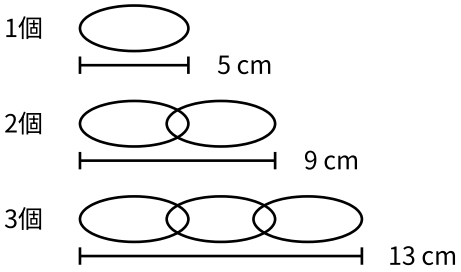
(6) 関数 $y=ax^2$ について、x の値が2から4まで増加するときの変化の割合は、一次関数 $y=3x-1$ の変化の割合と等しい。a の値を求めなさい。

答

練習2　一次関数の利用 —— 輪かざり

目標12分

Cさんは、折り紙で作った輪をつないで、教室にかざる輪かざりを作ることにした。小さい輪を使うとき、「輪の個数」が1個のとき「輪かざりの長さ」は 5 cm であり、「輪の個数」が1個増えるごとに「輪かざりの長さ」は 4 cm ずつ長くなるものとする（図）。小さい輪で、「輪の個数」が x 個のときの「輪かざりの長さ」を y cm とする。



(1) x と y の関係を表した次の表の（ア）、（イ）にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	3	4	…	10	…
y	5	9	13	（ア）	…	（イ）	…

答

(2) x を自然数として、y を x の式で表しなさい。

答

(3) $y = 121$ となるときの x の値を求めなさい。

答

(4) 大きい輪を使うと、「輪の個数」が1個のとき「輪かざりの長さ」は 7 cm であり、「輪の個数」が1個増えるごとに「輪かざりの長さ」は a cm ずつ長くなる。大きい輪を25個つないだところ、輪かざりの長さは 151 cm になった。a の値を求めなさい。

答

(5) 小さい輪の輪かざりと、(4)の大きい輪の輪かざりを1本ずつ作った。使った輪の個数は合わせて45個で、2本の輪かざりの長さの合計は 222 cm だった。小さい輪と大きい輪をそれぞれ何個使ったか求めなさい。

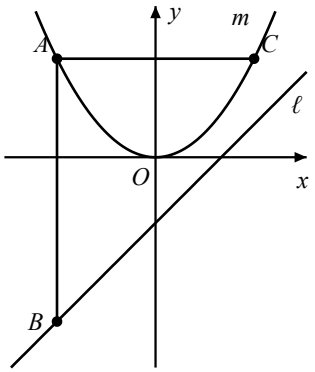
答

練習3　放物線と直線 ――「求め方」を穴うめで

目標10分

〔求め方〕の［　］にあてはまる式や数を書きなさい。ただし、原点Oから点(1，0)までの距離、原点Oから点(0，1)までの距離はそれぞれ1 cmであるとする。

(1) 右の図において、m は関数 $y=ax^2$（a は正の定数）のグラフを表し、ℓ は関数 $y=x-2$ のグラフを表す。A は m 上の点であり、その x 座標は -3 である。B は、A を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点である。C は、A を通り x 軸に平行な直線と m との交点のうち A と異なる点である。線分 AB の長さと線分 AC の長さの和は 14 cm である。a の値を求めなさい。



〔求め方〕

A は m 上の点だから　A（-3，＿＿＿＿）

B は ℓ 上の点で、x 座標は -3 だから　B（-3，＿＿＿＿）

よって　$AB=$＿＿＿＿ cm

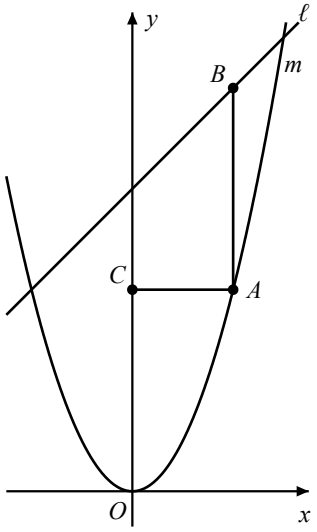
C は A と y 軸について対称な点だから　C（＿＿＿＿，＿＿＿＿）

よって　$AC=$＿＿＿＿ cm

$AB+AC=14$ だから　＿＿＿＿＿＿＿＿

これを解くと　$a=$＿＿＿＿

(2) 右の図において、m は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフを表し、ℓ は関数 $y=x+12$ のグラフを表す。A は m 上の点であり、その x 座標を t とする（$0<t<6$）。B は、A を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点である。C は、A を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点である。線分 AB の長さは、線分 AC の長さの2倍である。t の値を求めなさい。



〔求め方〕

A は m 上の点だから　A（t，＿＿＿＿）

B は ℓ 上の点だから　B（t，＿＿＿＿）

よって　$AB=$＿＿＿＿ cm、　$AC=$＿＿＿＿ cm

線分 AB の長さは線分 AC の長さの2倍だから

＿＿＿＿＿＿＿＿

整理すると　$t^2+2t-24=0$　　これを解くと　$t=$＿＿＿＿，＿＿＿＿

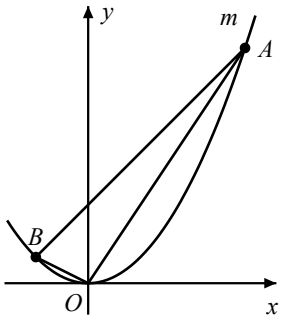
$0<t<6$ だから　$t=$＿＿＿＿

練習4　放物線と直線 ――「求め方」を全部書こう

目標13分

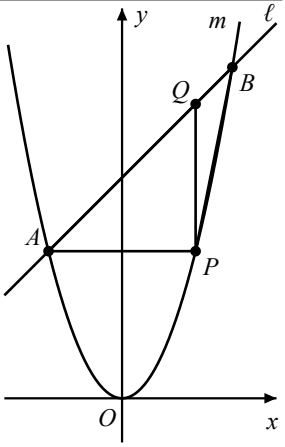
答えを求める過程がわかるように、途中の式を含めた求め方も説明すること。ただし、原点Oから点(1，0)までの距離、原点Oから点(0，1)までの距離はそれぞれ1 cmであるとする。

(1) 右の図において、m は関数 $y = ax^2$（a は正の定数）のグラフを表す。A, B は m 上の点であり、A の x 座標は6、B の x 座標は -2 である。O と A、O と B、A と B とをそれぞれ結ぶ。$\triangle OAB$ の面積は 12 cm^2 である。a の値を求めなさい。



答

(2) 右の図において、m は関数 $y = x^2$ のグラフを表し、ℓ は関数 $y = x + 6$ のグラフを表す。A, B は m と ℓ との交点で、A の x 座標は負、B の x 座標は正である。P は m 上の点であり、その x 座標を t とする（$0 < t < 3$）。Q は、P を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点である。$\triangle PAB$ の面積は 10 cm^2 である。t の値を求めなさい。



答

確認テスト **10分で解こう**　　点数　　／100点

Dさんは、貯金箱に 1200 円が入った状態から、毎週 250 円ずつ貯金箱に入れていくことにした。「貯金を始めてからの週の数」が x 週のときの「貯金箱の金額」を y 円とし、$x=0$ のとき $y=1200$ であるとする。

(1) x と y の関係を表した次の表の（ア）、（イ）にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。 **［20点（各10点）］**

x	0	1	2	3	…	8	…
y	1200	1450	1700	（ア）	…	（イ）	…

答

(2) x を0以上の整数として、y を x の式で表しなさい。 **［20点］**

答

(3) $y=5700$ となるときの x の値を求めなさい。 **［20点］**

答

(4) Eさんは、貯金箱に 3000 円が入った状態から、Dさんと同じ日に、毎週 150 円ずつ入れ始めた。始めてから t 週後に、Dさんの貯金箱の金額が、Eさんの貯金箱の金額より 600 円多くなった。t の値を求めなさい。 **［20点］**

答

(5) 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点 A, B があり、x 座標はそれぞれ $-2, 4$ である。直線 AB の傾きが $\dfrac{3}{2}$ であるとき、a の値を求めなさい。 **［20点］**

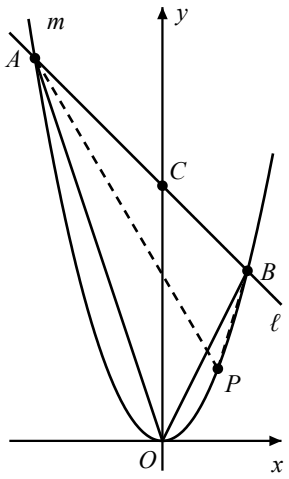
答

入試にチャレンジ1　面積の条件から t を求める

80点以上をめざす人へ

右の図において、m は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフを表し、ℓ は関数 $y=-x+12$ のグラフを表す。A, B は m と ℓ との交点で、A の x 座標は負、B の x 座標は正である。ℓ と y 軸との交点を C とする。原点Oから点(1，0)までの距離、原点Oから点(0，1)までの距離はそれぞれ1 cmであるとする。

(1) m 上の、O と B の間に点 P をとり、その x 座標を t とする（$0<t<4$）。$\triangle PAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\dfrac{1}{2}$ になるとき、t の値を求めなさい。



答

(2) y 軸上に点 D をとる（D の y 座標は12より大きい）。$\triangle DAB$ の面積が $\triangle OAB$ の面積と等しくなるとき、D の座標を求めなさい。

答

入試にチャレンジ2　反比例のグラフと整数

全国の入試でよく出る形

関数 $y=\dfrac{18}{x}$ のグラフ上の点のうち、x 座標と y 座標がどちらも整数である点は何個あるか求めなさい。

答

解答（答えと短い解き方）

第3講　関数（一次関数の利用・放物線と直線の求め方）

練習1　スピード練習　変化の割合・反比例を1問1分で

(1)　-12

y の増加量 $= -3 \times (6-2) = -12$

(2)　-15

$3 \times \{(-4)+(-1)\} = -15$（$x=-4$ で48、$x=-1$ で3。$\dfrac{3-48}{3} = -15$）

(3)　$y = -2$

$a = xy = (-3) \times 6 = -18$ で $y = -\dfrac{18}{x}$。$x=9$ のとき $y=-2$

(4)　イ、エ

ア：$x=0$ のときの y はないので、原点を通らない（×）。ウ：$x>0$ では x が増加すると y は減少する（×）。

(5)　$a = -3$

$a \times (-3+1) = 6$ より $-2a = 6$、$a = -3$

(6)　$a = \dfrac{1}{2}$

一次関数の変化の割合は3。$a \times (2+4) = 3$ より $6a = 3$、$a = \dfrac{1}{2}$

練習2　一次関数の利用 —— 輪かざり

(1)　（ア）17　（イ）41

（ア）$13+4=17$　（イ）$5+4\times(10-1)=41$

(2)　$y = 4x+1$

傾きは4。$x=0$ にもどすと $5-4=1$ で、切片は1。

(3)　$x = 30$

$4x+1=121$ より $4x=120$、$x=30$

(4)　$a = 6$

1個のときより a cm ずつ24回長くなる。$7+24a=151$

(5)　小さい輪 25個、大きい輪 20個

大きい輪は $y=6x+1$。$s+t=45$、$(4s+1)+(6t+1)=222$ を連立。

練習3　放物線と直線 ——「求め方」を穴うめで

(1)　（順に）$9a$／-5／$9a+5$／3，$9a$／6／$(9a+5)+6=14$／$\dfrac{1}{3}$

B の y 座標は $-3-2=-5$。$AB = 9a-(-5) = 9a+5$。$AC = 3-(-3) = 6$。$9a+11=14$ より $9a=3$、$a=\dfrac{1}{3}$。

(2)　（順に）$\dfrac{1}{2}t^2$／$t+12$／$t+12-\dfrac{1}{2}t^2$，t／$t+12-\dfrac{1}{2}t^2=2t$／-6，4／4

$AB = t+12-\dfrac{1}{2}t^2$、$AC=t$。$AB=2AC$ から $(t+6)(t-4)=0$、$0<t<6$

練習4　放物線と直線 ——「求め方」を全部書こう

(1)　$a = \dfrac{1}{4}$

$A(6,\ 36a)$、$B(-2,\ 4a)$、直線 AB の切片は $12a$。$\triangle OAB = \triangle OAD + \triangle OBD = 48a = 12$

(2)　$t = 2$

$A(-2,\ 4)$、$B(3,\ 9)$、$PQ = t+6-t^2$。$\triangle PAB = \dfrac{5}{2}(t+6-t^2) = 10$、$0<t<3$

確認テスト　10分で解こう

(1)　（ア）1950　（イ）3200

（ア）$1700+250=1950$　（イ）$1200+250\times 8=3200$

(2)　$y=250x+1200$

$x=0$ のとき1200（切片）、1週ごとに250増える（傾き）。

(3)　$x=18$

$250x+1200=5700$ より $250x=4500$、$x=18$

(4)　$t=24$

$(250t+1200)-(150t+3000)=600$ より $100t=2400$

(5)　$a=\dfrac{3}{4}$

$A(-2,\ 4a)$、$B(4,\ 16a)$。傾きは $a\times(-2+4)=2a=\dfrac{3}{2}$

入試にチャレンジ1　面積の条件から t を求める

(1)　$t=-1+\sqrt{13}$

$A(-6,\ 18)$、$B(4,\ 8)$ で $\triangle OAB=60$。$\triangle PAB=5PQ=30$ から $-t+12-\dfrac{1}{2}t^2=6$、$0<t<4$

(2)　$D(0,\ 24)$

$\triangle DAB=5CD$、$\triangle OAB=5CO$ だから $CD=CO=12$。$12+12=24$

入試にチャレンジ2　反比例のグラフと整数

12個

18の正の約数は6個。負の数も合わせて $6\times 2=12$（個）。

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。