第9講　規則性・場合の数・数の性質

規則性・場合の数・倍数と約分・積み上げ

要点の確認	例題	練習	確認テスト
10分	15分	40分	10分

要点　規則性・場合の数・数の性質・積み上げ　4つの道具

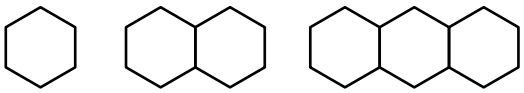
型	場面	考え方・式
規則性	同じ数ずつふえる（等差数列）	**□番目＝はじめの数＋ふえる数×（□－1）**。和＝（はじめ＋終わり）×個数÷2
	くり返す（周期）	くり返す**1組**を見つけ、**番目÷1組の個数**のあまりで場所を決める。あまり0は組の最後
	組に分ける（群数列）	1組目1個、2組目2個、…と区切る。□組目までの個数＝**1＋2＋…＋□**
	図形の並び・表	1番目・2番目・3番目を**表**にして、ふえ方を見る。表は行の最後・1列目など、決まった場所の数から
場合の数	並べ方（順番がある）	**1番目の通り数×2番目の通り数×…**。0は最上位に置けない。同じ数字のカードは**樹形図**でかき出す
	選び方（順番がない）	2つ選ぶ＝並べ方÷2、3つ選ぶ＝並べ方÷6（A・B・Cの並べ方6通りが同じ組になる）
数の性質	倍数の個数	1からNまでの□の倍数は **N÷□ の商**の個数。AからBまで＝（1〜B）－（1〜A－1）。両方の倍数は**最小公倍数の倍数**。どちらか一方＝Aの個数＋Bの個数－両方
	約分できる分数	分母をかけ算に分ける（63＝3×3×7）。分子が3か7の倍数なら約分できる
積み上げ	表面積・見える面	**上下・前後・左右**の6方向から見える正方形の数×1面の面積。へこみの内側など、6方向から見えない面があればたす

例題1　図形の並び ―― 「はじめ」と「ふえる数」に分ける

マッチぼうを使って、下の図のように正六角形を横につなげた形をつくります。

(1)　正六角形を10個つなげるには、マッチぼうは何本いりますか。

(2)　マッチぼうを121本使うと、正六角形は何個つながりますか。



1個　2個　3個

解き方　正六角形が1個のとき6本、2個のとき11本、3個のとき16本。2個目からは、となりと共通の1本があるので、**5本ずつ**ふえる。

「はじめの1本」と「1個につき5本」に分けると、□個のとき $1+5\times□$（本）。

(1)　$1+5\times10=51$　　**答　51本**

(2)　はじめの1本をのぞくと $121-1=120$（本）。$120\div5=24$　　**答　24個**

例題2　周期 —— くり返す1組を見つけて、わり算のあまり

次のように、ある規則にしたがって数が並んでいます。

2，5，1，4，2，5，1，4，2，5，……

(1)　50番目の数は何ですか。

(2)　1番目から50番目までの数の和はいくつですか。

解き方　「2，5，1，4」の**4個が1組**でくり返している。

(1)　$50 \div 4 = 12$ あまり 2 → 13組目の2番目。　**答　5**

(2)　1組の和は $2+5+1+4=12$。12組で $12 \times 12 = 144$、残りの2個は $2+5=7$。$144+7=151$　**答　151**

例題3　群数列 —— 組に分けて、組の番号と個数を表にする

次のように、ある規則にしたがって分数が並んでいます（約分はしません）。

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \cdots\cdots$

(1)　30番目の分数は何ですか。

(2)　$\frac{7}{12}$ は何番目ですか。

(3)　1番目から30番目までの分数の和はいくつですか。

解き方　分母が同じものを1組にすると、1組目（分母2）1個、2組目（分母3）2個、3組目（分母4）3個、…。**□組目は分母が□＋1で、□個**ある。

(1)　$1+2+\cdots+7=28$ より、7組目までで28個。30番目は8組目（分母9）の2番目。　**答**　$\frac{2}{9}$

(2)　分母12は11組目。10組目までで $1+2+\cdots+10=55$（個）。$55+7=62$　**答　62番目**

(3)　組ごとの和は、1組目 $\frac{1}{2}$、2組目 $\frac{1+2}{3}=1$、3組目 $\frac{1+2+3}{4}=\frac{3}{2}$、…と $\frac{1}{2}$ ずつふえる（□組目の和は $\frac{1}{2} \times$ □）。

7組目までで $\frac{1}{2} \times (1+2+\cdots+7) = \frac{1}{2} \times 28 = 14$。8組目の2個は $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}$。　**答**　$14\frac{1}{3}$

例題4　場合の数 —— 同じ数字のカードは樹形図でかき出す

0、2、2、3 の4枚のカード（2のカードは2枚）から3枚を並べて、3けたの整数をつくります。

(1)　3けたの整数は何通りできますか。　(2)　そのうち、偶数は何通りですか。

解き方　(1)　0は百の位に置けない。百の位で分けて、樹形図でかき出す（同じ2のカードは区別しない）。

百の位が2のとき　202、203、220、223、230、232 の6通り。　百の位が3のとき　302、320、322 の3通り。$6+3=9$　**答　9通り**

(2)　一の位が3の奇数は 203、223 の2通り。$9-2=7$　**答　7通り**

（4枚がすべてちがうカードなら $3 \times 3 \times 2 = 18$（通り）になるが、同じ数字があると重なるので、かけ算だけで求めずにかき出す）

例題5　数の性質 ―― 「1からの個数」のひき算とベン図

150から300までの整数について、次の問いに答えなさい。

(1)　8の倍数は何個ありますか。

(2)　8でも12でもわり切れる数は何個ありますか。

(3)　8でわり切れず、12でもわり切れない数は何個ありますか。

解き方　(1)　1から300までに $300 \div 8 = 37$ あまり 4 で37個、1から149までに $149 \div 8 = 18$ あまり 5 で18個。$37 - 18 = 19$　　**答　19個**

(2)　8と12の最小公倍数24の倍数。$300 \div 24 = 12$ あまり 12、$149 \div 24 = 6$ あまり 5 で、$12 - 6 = 6$　　**答　6個**

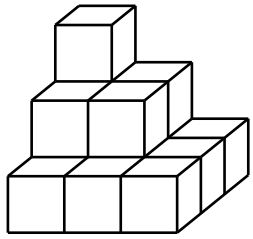
(3)　12の倍数は $300 \div 12 = 25$、$149 \div 12 = 12$ あまり 5 で、$25 - 12 = 13$（個）。ベン図より、8か12でわり切れる数は $19 + 13 - 6 = 26$（個）。150から300までの整数は $300 - 150 + 1 = 151$（個）なので、$151 - 26 = 125$　　**答　125個**

例題6　立体の積み上げ ―― 6方向から見える正方形を数える

1辺 1 cm の立方体を、右の図のように、上から1段目に1個、2段目に4個、3段目に9個、階段のように積んで床(ゆか)に置きました。見えない所にも立方体がすきまなくつまっています。

(1)　この立体の表面積は何 cm^2 ですか。

(2)　この立体の下に、4段目として16個の立方体を同じように置くと、表面積は何 cm^2 ふえますか。



解き方　(1)　へこみがないので、6方向から見える正方形の数をたせばよい。上から見ると $3 \times 3 = 9$ 個、下からも9個。前から見ると $1 + 2 + 3 = 6$ 個、後ろ・左・右からも6個ずつ。

$9 \times 2 + 6 \times 4 = 42$（個）。1面は 1 cm^2 なので　　**答　42 cm^2**

(2)　4段にすると、上下 $4 \times 4 = 16$ 個ずつ、前後左右 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 個ずつで、$16 \times 2 + 10 \times 4 = 72$（$\text{cm}^2$）。$72 - 42 = 30$　　**答　30 cm^2**

例題7　並べ方と選び方 ―― 選び方は「同じ組」の数でわる

A、B、C、D、Eの5人がいます。

(1)　5人から3人を選んで1列に並べます。並べ方は何通りありますか。

(2)　5人から、そうじ当番を3人選びます。選び方は何通りありますか。

解き方　(1)　1番目が5通り、2番目は残りの4通り、3番目は残りの3通り。$5 \times 4 \times 3 = 60$　　**答　60通り**

(2)　(1)の60通りの中には、たとえばA・B・Cの3人の並べ方が $3 \times 2 \times 1 = 6$（通り）ずつ入っている。選び方では順番を考えないので、この6通りは同じ1通り。$60 \div 6 = 10$　　**答　10通り**

（選ばれない2人を選ぶと考えて、$5 \times 4 \div 2 = 10$（通り）でもよい）

練習1　スピード練習　1問1分で

目標6分

(1) 4，11，18，25，…… と7ずつふえる数の並びで、40番目の数は何ですか。

答

(2) 赤、白、白、青の順に玉をくり返し並べます。はじめから75個並べたとき、白い玉は何個ありますか。

答

(3) 1から150までの整数のうち、6でわると4あまる数は何個ありますか。

答

(4) 72の約数は何個ありますか。

答

(5) 5人の中から、班長と副班長を1人ずつ選びます。選び方は何通りありますか。

答

(6) 6種類のケーキの中から、2種類を選びます。選び方は何通りありますか。

答

練習2　入試の形で解こう（1）　表の規則

目標8分

下のように、1から順に整数を1行に5個ずつ、1行目は左から右へ、2行目は右から左へ、3行目は左から右へ、……と折り返しながら並べていきます。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目
1行目	1	2	3	4	5
2行目	10	9	8	7	6
3行目	11	12	13	14	15
4行目	20	19	18	17	16
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(1) 8行目の左から2列目の数は何ですか。

答

(2) 87は、何行目の左から何列目にありますか。

答

(3) 1行目から20行目までの、左から3列目の数をすべてたすといくつですか。

答

(4) ある行の5個の数の和は1065でした。何行目ですか。

答

練習3　入試の形で解こう（2）　組に分ける数の並び

目標8分

次のように、ある規則にしたがって数が並んでいます。

1，1，3，1，3，5，1，3，5，7，1，3，5，7，9，1，……

(1) 20番目の数は何ですか。

答

(2) はじめて11が出てくるのは何番目ですか。

答

(3) 1番目から20番目までの数の和はいくつですか。

答

(4) 15が5回目に出てくるのは何番目ですか。

答

練習4　入試の形で解こう（3）　カードで整数をつくる

目標8分

0、1、2、3、3 の5枚のカード（3のカードは2枚）があります。このうち何枚かを並べて整数をつくります。

(1) 2枚を並べてできる2けたの整数は何通りですか。

答

(2) 3枚を並べてできる3けたの整数は何通りですか。

答

(3) 3けたの整数を小さい順に並べたとき、15番目の数は何ですか。

答

(4) 3けたの整数のうち、3の倍数は何通りですか。

答

練習5　入試の形で解こう（4）　約分できる分数

目標8分

分母が63で、分子が1から62までの分数が、次のように並んでいます。

$\frac{1}{63}, \frac{2}{63}, \frac{3}{63}, \cdots\cdots, \frac{61}{63}, \frac{62}{63}$

(1) 分子が3の倍数である分数は何個ありますか。

答

(2) 約分すると分母が9になる分数は何個ありますか。

答

(3) 約分できる分数は全部で何個ありますか。

答

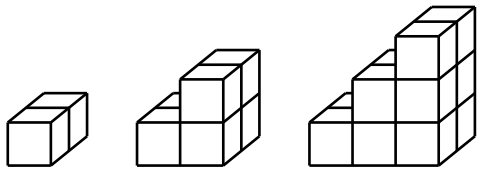
(4) 約分できない分数をすべてたすといくつですか。

答

練習6　入試の形で解こう（5）　立方体の積み上げ

目標8分

1辺 1 cm の立方体を、下の図のように階段の形に積んで、1番目、2番目、3番目、……の立体をつくります。どの立体も、奥行きは立方体2個分です。



1番目　2番目　3番目

(1) 4番目の立体に使う立方体は何個ですか。

答

(2) 3番目の立体の表面積は何 cm^2 ですか。

答

(3) 5番目の立体の表面積は何 cm^2 ですか。

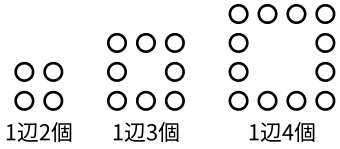
答

(4) 表面積が 190 cm^2 になるのは何番目の立体ですか。

答

確認テスト **10分で解こう**　　点数　　／100点

(1) 下の図のように、ご石を正方形の形に並べていきます（中はあいています）。1辺に15個並べるとき、ご石は全部で何個いりますか。 **[20点]**



答

(2) 3，8，6，3，8，6，3，…… と数が並んでいます。1番目から40番目までの数の和はいくつですか。 **[20点]**

答

(3) 2、4、6、7、9 の5枚のカードから2枚を並べて、2けたの整数をつくります。奇数は何通りできますか。 **[20点]**

答

(4) 2けたの整数のうち、3でわっても5でわっても2あまる数は何個ありますか。 **[20点]**

答

(5) 1，2，1，3，2，1，4，3，2，1，5，4，…… と数が並んでいます。40番目の数は何ですか。 **[20点]**

答

入試にチャレンジ1　発展　周期の公倍数・数字を限った整数・積み木のかくれた面・推理

(1) 赤いランプは「3秒ついて2秒消える」を、青いランプは「4秒ついて3秒消える」をくり返します。2つのランプを同時につけ始めてから2分間で、2つのランプが両方ともついている時間は、合わせて何秒ですか。

答

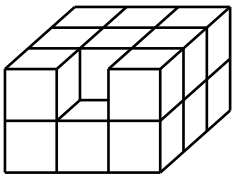
(2) 0、2、6 の3つの数字だけを使ってできる整数を、小さい順に並べます。

2，6，20，22，26，60，62，66，200，202，……

2026は、はじめから数えて何番目ですか。

答

(3) 1辺 2 cm の立方体を、下の段にたて3個・横3個の9個、その上の段に、前の列の真ん中の1個をのぞいて8個積みました（右の図）。この立体の表面積は何 cm^2 ですか。



答

(4) A、B、C、D、Eの5チームが、どのチームとも1回ずつ試合をしました（引き分けはありません）。次のことがわかっています。

・AはBにだけ負けた。　・全部の試合に勝ったチームはない。

・C、D、Eの3チームは、勝った試合の数が同じ。　・CはEに勝ち、DはCに勝った。

Eが勝った相手のチームをすべて答えなさい。

答

解答（答えと短い解き方）

第9講　規則性・場合の数・数の性質

練習1　スピード練習　1問1分で

(1)　277

$4+7\times(40-1)=4+273=277$

(2)　38個

4個で1組。$75\div4=18$ あまり 3。白は $2\times18+2=38$（個）

(3)　25個

4，10，16，……，148。6ずつふえるので $(148-4)\div6+1=25$（個）

(4)　12個

かけて72になる組を書き出す。1と72、2と36、3と24、4と18、6と12、8と9。$2\times6=12$（個）

(5)　20通り

班長が5通り、副班長は残りの4人から4通り。$5\times4=20$（通り）

(6)　15通り

順番をつけて並べると $6\times5=30$（通り）。AとB、BとAは同じ選び方なので $30\div2=15$（通り）

練習2　入試の形で解こう（1）　表の規則

(1)　39

7行目の最後は $5\times7=35$。8行目は右から左へ 36，37，38，39，40 と並ぶので、左から2列目は 39

(2)　18行目の左から4列目

$87\div5=17$ あまり 2 → 18行目の2番目の数。18行目は右から左へ並ぶので、右から2番目、つまり左から4列目

(3)　1010

3列目は 3，8，13，…… と5ずつふえ、20行目は98。$(3+98)\times20\div2=1010$

(4)　43行目

和は真ん中（3列目）の数の5倍。$1065\div5=213$。$(213-3)\div5+1=43$（行目）

練習3　入試の形で解こう（2）　組に分ける数の並び

(1)　9

□組目は□個。5組目までで15個。20番目は6組目の5番目で、5番目の奇数（き）の 9

(2)　21番目

11は6番目の奇数（き）なので、はじめて出てくるのは6組目の最後。$1+2+3+4+5+6=21$（番目）

(3)　80

5組目までの和は $1+4+9+16+25=55$。6組目のはじめの5個は25。$55+25=80$

(4)　74番目

15は8組目から各組に1回。5回目は12組目の8番目。11組目までで66個なので $66+8=74$（番目）

練習4　入試の形で解こう（3）　カードで整数をつくる

(1)　10通り

十の位が1のとき 10，12，13、2のとき 20，21，23、3のとき 30，31，32，33。$3+3+4=10$（通り）

(2)　26通り

百の位が1のとき7通り、2のとき7通り、3のとき $4\times3=12$（通り）。$7+7+12=26$（通り）

(3)　301

(2)より、百の位が1の数は7個、2の数も7個で、ここまでで14個。15番目は百の位が3の数のうちいちばん小さい 301

(4)　12通り

和が3の倍数の3枚は {0，1，2}・{0，3，3}・{1，2，3}。$4+2+6=12$（通り）

練習5　入試の形で解こう（4）　約分できる分数

(1)　20個

$62 \div 3 = 20$ あまり 2 で、20個

(2)　6個

分母と分子を7でわる $\frac{7}{63}$〜$\frac{56}{63}$ の8個から、$\frac{3}{9}$・$\frac{6}{9}$ をのぞいて $8 - 2 = 6$（個）

(3)　26個

分子が3の倍数20個、7の倍数8個、両方（21の倍数）2個。$20 + 8 - 2 = 26$（個）

(4)　18

約分できない36個は、分子の和が63になる2つで18組。1組の和は1なので $1 \times 18 = 18$

練習6　入試の形で解こう（5）　立方体の積み上げ

(1)　20個

前から見ると $1 + 2 + 3 + 4 = 10$（個）の正方形が見え、奥行きが2個分なので $10 \times 2 = 20$（個）

(2)　36 cm²

前後・上下・左右から6個ずつ見える。$6 \times 6 = 36$（cm²）

(3)　70 cm²

前後から15個ずつ、上下左右から10個ずつ。$15 \times 2 + 10 \times 4 = 70$（cm²）

(4)　10番目

表面積は 10，22，36，52，70，90，112，136，162，190 と、ふえ方が2ずつ大きくなる。190 は10番目。

確認テスト　10分で解こう

(1)　56個

1辺の15個から、かどの1個をのぞいた14個ずつに分けると、4つ分になる。$14 \times 4 = 56$（個）

(2)　224

3個で1組（和は17）。$40 \div 3 = 13$ あまり 1。$17 \times 13 + 3 = 224$

(3)　8通り

一の位は7か9の2通り。十の位は残りの4枚から4通り。$2 \times 4 = 8$（通り）

(4)　6個

3と5の最小公倍数15の倍数より2大きい数。17，32，47，62，77，92 の6個

(5)　6

□組目は□から1までの□個。8組目までで36個。40番目は9組目の4番目で、9，8，7，6 の 6

入試にチャレンジ1　発展　周期の公倍数・数字を限った整数・積み木のかくれた面・推理

(1)　41秒

35秒でくり返し、その中で両方つくのは12秒。120秒＝$35 \times 3 + 15$。残り15秒は5秒。$12 \times 3 + 5 = 41$（秒）

(2)　32番目

1けた2個、2けた6個、3けた18個で26個。4けたで千の位が2のものの中で2026は6番目。$26 + 6 = 32$（番目）

(3)　176 cm²

見える面は $9 \times 2 + 6 \times 4 = 42$（個）。くぼみの左右の内側の2面はどこからも見えないので $42 + 2 = 44$（面）。$4 \times 44 = 176$（cm²）

(4)　BとD

全部で10試合。Aは3勝、C・D・Eは2勝ずつ、BはAにだけ勝つ。DはBとCに勝つのでEに負けた。EはBとDに勝った。

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。