第5講　平面図形②　面積と比

おうぎ形・等積移動・通る部分・相似と面積比

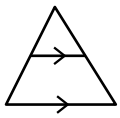
要点の確認	例題	練習	確認テスト
10分	15分	40分	10分

要点　面積と比　6つの道具

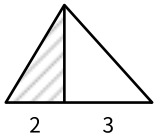
道具	式・図のかき方	解き方のポイント
円・おうぎ形	円の面積＝半径×半径×3.14 円周＝直径×3.14 おうぎ形は円の（中心角÷360）	半円は $\frac{1}{2}$、90°は $\frac{1}{4}$、60°は $\frac{1}{6}$、45°は $\frac{1}{8}$。まわりの長さは、曲線の部分と**まっすぐな部分**をたす。
3.14の計算	□×3.14＋△×3.14＝（□＋△）×3.14	3.14 は**最後に1回だけ**かける。3.14の段（メモの表）を覚えると速い。
等積移動	一部を切って動かす／三角形の頂点を平行線にそって動かす	動かして、正方形・長方形・おうぎ形など、面積の求められる形にまとめる。
通る部分	円の中心が動く線を先にかく	辺にそった部分は長方形、かどではおうぎ形。へこみのない多角形のまわりを1周すると、かどのおうぎ形を合わせて円1つ分。
相似	平行な2本の線をさがす（ちょうちょ型・ピラミッド型）。なければ線をのばしてつくる	同じ形の三角形では、対応する辺の比は等しい。**比は平行な辺の比**から求める。
面積の比	高さが同じ三角形を見つける	高さが同じなら、面積の比＝底辺の比。相似な形で辺の比が 2：3 なら、面積の比は (2×2)：(3×3)＝4：9。



ちょうちょ型



ピラミッド型



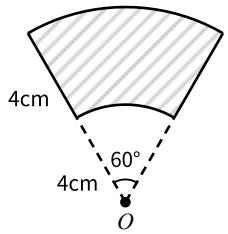
高さが同じ三角形

例題1　3.14 をまとめて計算する

右の図のかげをつけた部分は、半径8 cm、中心角60°のおうぎ形から、同じ中心で半径4 cm、中心角60°のおうぎ形を取りのぞいた形です。

(1)　かげをつけた部分の面積は何 cm²ですか。

(2)　かげをつけた部分のまわりの長さは何 cmですか。



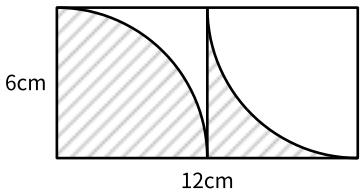
解き方　(1)　60°は360°の $\frac{1}{6}$。3.14 をまとめて、$8\times8\times3.14\times\frac{1}{6}-4\times4\times3.14\times\frac{1}{6}=(64-16)\times\frac{1}{6}\times3.14=8\times3.14=25.12$　　**答　25.12 cm²**

(2)　曲線の部分は $16\times3.14\times\frac{1}{6}+8\times3.14\times\frac{1}{6}=(16+8)\times\frac{1}{6}\times3.14=4\times3.14=12.56$（cm）。まっすぐな部分は $4+4=8$（cm）。

$12.56+8=20.56$　　**答　20.56 cm**

例題2　等積移動 —— 動かして正方形にまとめる

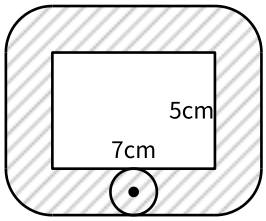
右の図は、たて6 cm、横12 cmの長方形を2つの正方形に分け、半径6 cm、中心角90°のおうぎ形を2つかいたものです。かげをつけた部分の面積は何 cm²ですか。



解き方　右の正方形のかげの部分を、長方形のまん中の点を中心に半回転させると、左の正方形の白い部分にぴったり重なる（**等積移動**）。
かげの部分を合わせると、1辺6 cmの正方形1つ分になる。$6 \times 6 = 36$　　**答　36 cm²**
（別の考え方）右のかげ＝正方形－おうぎ形、左のかげ＝おうぎ形。合わせると正方形1つ分で、3.14 を使わずに求められる。

例題3　円が通る部分 —— 中心の動きを先にかく

半径1 cmの円が、たて5 cm、横7 cmの長方形の外側を、辺からはなれないように1周します。
(1)　円の中心が動いたあとの線の長さは何 cmですか。
(2)　円が通った部分（右の図のかげの部分）の面積は何 cm²ですか。



解き方　(1)　中心は、辺にそって辺と同じ長さだけ動き、かどでは半径1 cmのおうぎ形の曲線をかく。4つのかどのおうぎ形を合わせると、中心角は $90 \times 4 = 360$（度）で円1つ分。
$(7+5) \times 2 + 1 \times 2 \times 3.14 = 24 + 6.28 = 30.28$　　**答　30.28 cm**
(2)　円が通る部分のはばは、円の直径の2 cm。辺にそった長方形4つと、かどの半径2 cmのおうぎ形4つ（合わせて円1つ分）に分ける。
$(7+5) \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 3.14 = 48 + 12.56 = 60.56$　　**答　60.56 cm²**

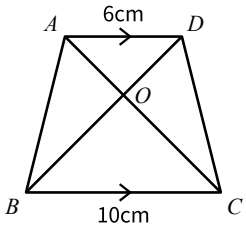
例題4　台形の対角線 ── ちょうちょ型と面積の比

右の図の台形ABCDは、ADとBCが平行で、AD＝6 cm、BC＝10 cm、面積は64 cm² です。対角線ACとBDの交わる点をOとします。

(1)　AO：OCを最も簡単な整数の比で答えなさい。

(2)　三角形AODの面積は何 cm²ですか。

(3)　三角形ABOの面積は何 cm²ですか。



解き方　(1)　ADとBCが平行なので、三角形OADと三角形OCBは同じ形（**ちょうちょ型**の相似）。AO：OC＝AD：CB＝6：10＝3：5　　**答　3：5**

(2)　台形の高さは $64 \times 2 \div (6+10) = 8$（cm）。Oから上の辺までと下の辺までの高さの比も 3：5 なので、三角形AODの高さは $8 \times \frac{3}{8} = 3$（cm）。$6 \times 3 \div 2 = 9$　　**答　9 cm²**

(3)　三角形ABDの面積は $6 \times 8 \div 2 = 24$（cm²）。$24 - 9 = 15$　　**答　15 cm²**

4つの三角形の面積の比は AOD：ABO：DOC：OBC＝(3×3)：(3×5)：(3×5)：(5×5)＝9：15：15：25（合計64）。

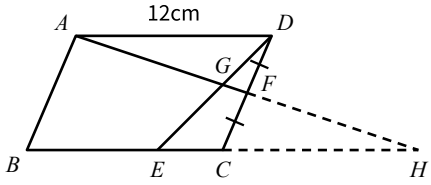
例題5　線をのばして相似をつくる

右の図の平行四辺形ABCDの面積は84 cm²で、AD＝12 cmです。点Eは辺BC上にあり BE：EC＝2：1、点Fは辺CDのまん中の点です。AFをのばした直線とBCをのばした直線が交わる点をH、AFとDEの交わる点をGとします。

(1)　CHの長さは何 cmですか。

(2)　DG：GEを最も簡単な整数の比で答えなさい。

(3)　四角形GECFの面積は何 cm²ですか。



解き方　(1)　三角形FDAと三角形FCHは、DF＝CFで、ADとCHが平行なので、形も大きさも同じ（合同）。CH＝AD＝12 cm　　**答　12 cm**

(2)　**線をのばしてちょうちょ型をつくる**。EC＝$12 \times \frac{1}{3} = 4$（cm）なので、EH＝$4 + 12 = 16$（cm）。三角形GDAと三角形GEHはちょうちょ型の相似で、DG：GE＝AD：EH＝12：16＝3：4　　**答　3：4**

(3)　三角形DECの面積は、平行四辺形の $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ で $84 \div 6 = 14$（cm²）。三角形DEFはその半分（FはCDのまん中）で 7 cm²。

三角形DGFは三角形DEFの $\frac{3}{3+4} = \frac{3}{7}$ で、$7 \times \frac{3}{7} = 3$（cm²）。四角形GECF＝$14 - 3 = 11$　　**答　11 cm²**

相似を使うときのコツ

・まず**平行な2本の線**をさがす。交わる2本の線が平行線の間にあれば**ちょうちょ型**、平行線の片方が三角形の頂点の側にあれば**ピラミッド型**。

・平行な線と交わらないときは、**辺をのばして**平行な辺（の延長）と交わらせると、相似な三角形ができる（例題5）。

・1本の線が2か所で区切られたときは、比を合わせて **ア：イ：ウ** にする（**連比**）。共通な部分の数を最小公倍数にそろえる。

・面積は「同じ高さの三角形は底辺の比」で、知っている三角形から順に求める。

練習1　スピード練習　1問1分で

目標6分

(1) $7 \times 7 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14$ を計算しなさい。

答

(2) 半径6 cm、中心角60°のおうぎ形の面積は何 cm^2 ですか。

答

(3) 直径10 cmの半円のまわりの長さは何 cmですか。

答

(4) 半径8 cm、中心角45°のおうぎ形の曲線の部分の長さは何 cmですか。

答

(5) 高さが等しい2つの三角形の底辺は、6 cmと9 cmです。面積の比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

答

(6) 形が同じで大きさがちがう（相似な）2つの三角形の辺の比は 2：3 です。面積の比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

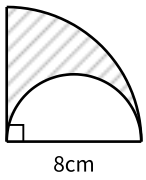
答

練習2　入試の形で解こう〔面積〕(1)

目標8分

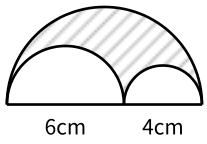
かげをつけた部分の面積は何 cm^2 ですか。

(1) 半径8 cm、中心角90°のおうぎ形と、その半径の1本を直径とする半円



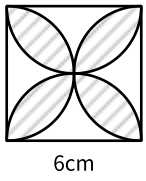
答

(2) 直径10 cmの半円の中に、直径6 cmと直径4 cmの半円をかいた形



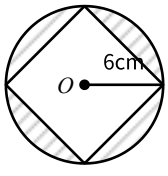
答

(3) 1辺6 cmの正方形の中に、それぞれの辺を直径とする半円を4つかいた形



答

(4) 半径6 cmの円と、円の中にぴったり入る正方形



答

練習3　入試の形で解こう〔面積〕(2)

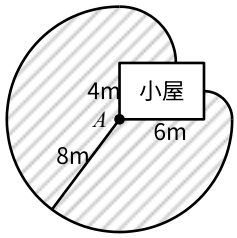
目標10分

(1) 半径1 cmの円が、1辺6 cmの正三角形の外側を、辺からはなれないように1周します。円が通る部分（かげの部分）の面積は何 cm^2ですか。



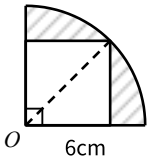
答

(2) たて4 m、横6 mの長方形の小屋のかどAに、長さ8 mのひもで犬がつながれています。犬が小屋の外で動ける部分（かげの部分）の面積は何 m^2ですか。



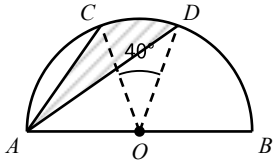
答

(3) 半径6 cm、中心角90°のおうぎ形の中に、1つの頂点がおうぎ形の中心にあり、向かい合う頂点が曲線の上にある正方形をかきました。かげをつけた部分の面積は何 cm^2ですか。



答

(4) ABを直径とする半径9 cmの半円があり、Oは中心です。点C、Dは曲線の上の点で、CDとABは平行、角CODは40°です。かげをつけた部分の面積は何 cm^2ですか。

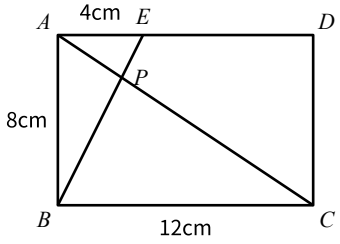


答

練習4　入試の形で解こう〔面積と比〕(1)　長方形の中の比

目標6分

下の図の長方形ABCDで、AB＝8 cm、BC＝12 cm、点Eは辺AD上の点で AE＝4 cm です。BEとACの交わる点をPとします。



(1) AP：PCを最も簡単な整数の比で答えなさい。

答

(2) 三角形ABPの面積は何 cm^2ですか。

答

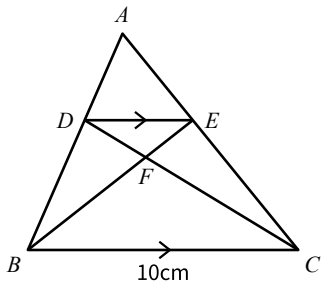
(3) 四角形PCDEの面積は何 cm^2ですか。

答

練習5　入試の形で解こう〔面積と比〕(2)　三角形と平行線

目標7分

下の図の三角形ABCの面積は70 cm²で、BC＝10 cmです。点Dは辺AB上にあり AD：DB＝2：3、点Eは辺AC上にあり DEとBCは平行です。BEとCDの交わる点をFとします。



(1) DEの長さは何 cmですか。

答

(2) DF：FCを最も簡単な整数の比で答えなさい。

答

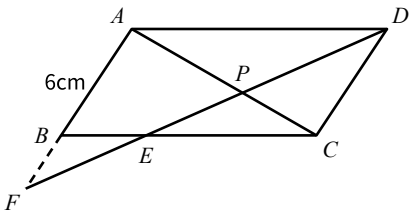
(3) 四角形ADFEの面積は何 cm²ですか。

答

練習6　入試の形で解こう〔面積と比〕(3)　線をのばして相似

目標8分

下の図の平行四辺形ABCDの面積は60 cm²で、AB＝6 cmです。点Eは辺BC上にあり BE：EC＝1：2 です。DEとACの交わる点をP、DEをのばした直線とABをのばした直線が交わる点をFとします。



(1) AP：PCを最も簡単な整数の比で答えなさい。

答

(2) BFの長さは何 cmですか。

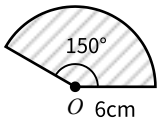
答

(3) 三角形APFの面積は何 cm²ですか。

答

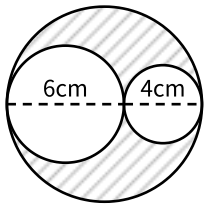
確認テスト **10分で解こう**　　点数　　／100点

(1) 半径6 cm、中心角150°のおうぎ形の面積は何 cm²ですか。 **［20点］**



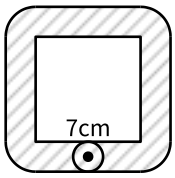
答

(2) 直径10 cmの円の中に、直径6 cmと直径4 cmの円がぴったり入っています。かげをつけた部分の面積は何 cm²ですか。 **［20点］**



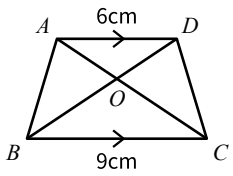
答

(3) 半径1 cmの円が、1辺7 cmの正方形の外側を、辺からはなれないように1周します。円が通る部分（かげの部分）の面積は何 cm²ですか。 **［20点］**



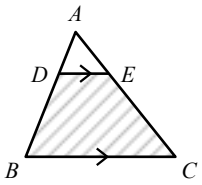
答

(4) 台形ABCDで、ADとBCは平行、AD＝6 cm、BC＝9 cmです。対角線の交わる点をOとするとき、BO：ODを最も簡単な整数の比で答えなさい。 **［20点］**



答

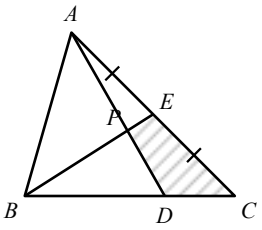
(5) 三角形ABCの面積は54 cm²です。点Dは辺AB上にありAD：DB＝1：2、点Eは辺AC上にあり DEとBCは平行です。四角形DBCE（かげの部分）の面積は何 cm²ですか。 **［20点］**



答

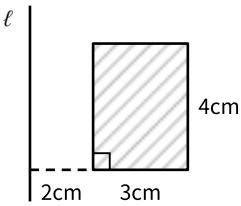
入試にチャレンジ1　**発展　連比・回転体の表面積・円や辺が通る部分**

(1) 三角形ABCの面積は60 cm²です。点Dは辺BC上にあり BD：DC＝2：1、点Eは辺ACのまん中の点です。ADとBEの交わる点をPとするとき、四角形PDCE（かげの部分）の面積は何 cm²ですか。



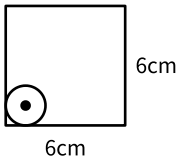
答

(2) 右の図の長方形を、直線ℓのまわりに1回転させてできる立体の表面積は何 cm²ですか。



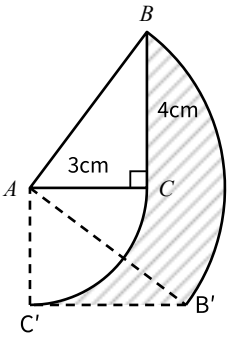
答

(3) 半径1 cmの円が、1辺6 cmの正方形の内側を、辺からはなれないように1周します。円が通る部分の面積は何 cm²ですか。



答

(4) 角Cが直角で、AC＝3 cm、BC＝4 cm、AB＝5 cm の直角三角形ABCを、点Aを中心に時計の針と同じ向きに90°回転させました。辺BCが通った部分（かげの部分）の面積は何 cm² ですか。



答

解答（答えと短い解き方）

第5講　平面図形②　面積と比

練習1　スピード練習　1問1分で

(1)　75.36

$(49-25)\times 3.14=24\times 3.14=75.36$

(2)　18.84 cm²

$6\times 6\times 3.14\times \dfrac{1}{6}=6\times 3.14=18.84$（cm²）

(3)　25.7 cm

曲線の部分 $10\times 3.14\div 2=15.7$（cm）と直径10 cmをたす。$15.7+10=25.7$（cm）

(4)　6.28 cm

$16\times 3.14\times \dfrac{1}{8}=2\times 3.14=6.28$（cm）

(5)　2：3

高さが等しいとき、面積の比＝底辺の比。6：9＝2：3

(6)　4：9

面積の比は (2×2)：(3×3)＝4：9

練習2　入試の形で解こう〔面積〕(1)

(1)　25.12 cm²

おうぎ形は $8\times 8\times 3.14\div 4=16\times 3.14$、半円は $4\times 4\times 3.14\div 2=8\times 3.14$。$(16-8)\times 3.14=25.12$（cm²）

(2)　18.84 cm²

半径は 5 cm、3 cm、2 cm。$(5\times 5-3\times 3-2\times 2)\times 3.14\div 2=12\times 3.14\div 2=6\times 3.14=18.84$（cm²）

(3)　20.52 cm²

半円4つ－正方形＝かげの部分（花びらが2回重なる）。$56.52-36=20.52$（cm²）

(4)　41.04 cm²

正方形の対角線は円の直径で12 cm。正方形の面積＝対角線×対角線÷2＝$12\times 12\div 2=72$（cm²）。$6\times 6\times 3.14-72=113.04-72=41.04$（cm²）

練習3　入試の形で解こう〔面積〕(2)

(1)　48.56 cm²

辺にそった長方形3つで36 cm²。かどのおうぎ形（半径2 cm）は合わせて円1つ分。$36+12.56$

(2)　166.42 m²

半径8 mの円の $\dfrac{3}{4}$ に、半径2 mと4 mの四分円をたす。$(48+1+4)\times 3.14$

(3)　10.26 cm²

正方形の対角線＝半径6 cm で、正方形は $6\times 6\div 2=18$（cm²）。$28.26-18=10.26$（cm²）

(4)　28.26 cm²

CDとABが平行なので、三角形ACD＝三角形OCD（等積移動）。かげの部分＝おうぎ形OCD。

練習4　入試の形で解こう〔面積と比〕(1)　長方形の中の比

(1)　1：3

AEとBCは平行なので、三角形PAEと三角形PCBはちょうちょ型の相似。AP：PC＝AE：CB＝4：12＝1：3

(2)　12 cm²

三角形ABCは $12\times 8\div 2=48$（cm²）。APはACの $\dfrac{1}{1+3}=\dfrac{1}{4}$ なので、$48\times \dfrac{1}{4}=12$（cm²）

(3)　44 cm²

EP：PB＝1：3 で三角形APEは4 cm²。三角形ACD（48 cm²）から引く。

練習5　入試の形で解こう〔面積と比〕(2)　三角形と平行線

(1)　4 cm

DEとBCが平行なので、三角形ADEと三角形ABCはピラミッド型の相似。AD：AB＝2：5 なので、$10 \times \frac{2}{5} = 4$（cm）

(2)　2：5

三角形FDEと三角形FCBはちょうちょ型の相似。DF：FC＝DE：CB＝4：10＝2：5

(3)　16 cm²

三角形ABE（28 cm²）から三角形DBF（$42 \times \frac{2}{7} = 12$）を引く。

練習6　入試の形で解こう〔面積と比〕(3)　線をのばして相似

(1)　3：2

ADとECは平行なので、三角形PADと三角形PCEはちょうちょ型の相似。BC＝ADで、BE：EC＝1：2 だから AD：CE＝3：2。AP：PC＝3：2

(2)　3 cm

三角形FBEと三角形FADはピラミッド型の相似。FB：FA＝1：3 で、AB＝②＝6 cm。

(3)　27 cm²

連比で DP：PE：EF＝6：4：5。三角形ADF（45 cm²）の $\frac{9}{15}$。

確認テスト　10分で解こう

(1)　47.1 cm²

$6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{150}{360} = 36 \times \frac{5}{12} \times 3.14 = 15 \times 3.14 = 47.1$（cm²）

(2)　37.68 cm²

半径は 5 cm、3 cm、2 cm。$(5 \times 5 - 3 \times 3 - 2 \times 2) \times 3.14 = 12 \times 3.14 = 37.68$（cm²）

(3)　68.56 cm²

長方形（2 cm×7 cm）4つで56 cm²、かどのおうぎ形4つで半径2 cmの円1つ分。

(4)　3：2

三角形OADと三角形OCBはちょうちょ型の相似。BO：OD＝BC：DA＝9：6＝3：2

(5)　48 cm²

辺の比 1：3 で面積の比 1：9。三角形ADEは6 cm²。$54 - 6 = 48$（cm²）

入試にチャレンジ1　発展　連比・回転体の表面積・円や辺が通る部分

(1)　14 cm²

Dを通りBEに平行な線で AE：EG：GC＝3：2：1、AP：PD＝3：2。$20 - 10 \times \frac{3}{5} = 14$

(2)　307.72 cm²

半径5 cmの円柱から半径2 cmの円柱をくりぬいた形。ドーナツ形2つ＋外側と内側の側面。

(3)　31.14 cm²

まん中の正方形（1辺2 cm）と、4つのすみ（1つ0.215 cm²）は通らない。$36 - 4 - 0.86$

(4)　12.56 cm²

かげの部分＝おうぎ形の差（2つの三角形は合同：等積移動）。$(25 - 9) \times 3.14 \div 4$

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。