練習1 小問集合の形で解こう

目標15分

(1) $\left(\frac{3}{4}a^2b\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}ab^2\right)^3 \times (-6ab^5)$ を計算しなさい。

答

(2) $(2x+1)^2-(x+2)^2$ を因数分解しなさい。

答

(3) 2次方程式 $2x^2+6x-1=0$ の2つの解のうち、大きい方から小さい方をひいた値を求めなさい。

答

(4) x についての2次方程式 $x^2+2ax+a+5=0$ の解の1つが -1 のとき、a の値と、もう1つの解を求めなさい。

答

(5) $\sqrt{150-6n}$ が自然数となるような自然数 n を、すべて求めなさい。

答

(6) $\sqrt{\frac{336}{n}}$ が自然数となるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

答

(7) $2x+y+z=12$ を満たす自然数 x, y, z の組は何通りあるか求めなさい。

答

(8) 2つの関数 $y=ax^2$ と $y=2x+2$ について、x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域が一致する。a の値を求めなさい。

答

(9) 1から n までのすべての自然数の積を $n!$ と表す。たとえば $4!=1\times2\times3\times4=24$ である。$\frac{9!-7!}{6!}$ の値を求めなさい。

答

(10) 5つの整数 $-3, -2, 1, 4, 6$ の中から異なる3つを選び、a, b, c に1つずつ入れる。$a\times b-c$ の値が最も小さくなるとき、その値を求めなさい。

答

解答（答えと短い解き方）

入試の難問 発展② 小問集合（計算・方程式・数の性質）

練習1　小問集合の形で解こう

(1)　a^2b

$\left(\frac{3}{4}a^2b\right)^2=\frac{9}{16}a^4b^2$、$\left(-\frac{3}{2}ab^2\right)^3=-\frac{27}{8}a^3b^6$。$-$ は2個なので正。$\frac{9a^4b^2}{16}\times\frac{8}{27a^3b^6}\times 6ab^5=\frac{9\times 8\times 6}{16\times 27}\times\frac{a^5b^7}{a^3b^6}=a^2b$

(2)　$3(x+1)(x-1)$

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ を使う。

$\{(2x+1)+(x+2)\}\{(2x+1)-(x+2)\}=(3x+3)(x-1)=3(x+1)(x-1)$。（展開して $3x^2-3=3(x^2-1)$ としてもよい。）

(3)　$\sqrt{11}$

解の公式より $x=\frac{-6\pm\sqrt{36+8}}{4}=\frac{-6\pm 2\sqrt{11}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{11}}{2}$。差は $\frac{2\sqrt{11}}{2}=\sqrt{11}$。（速く解く：$\frac{\sqrt{44}}{2}=\sqrt{11}$）

(4)　$a=6$、もう1つの解 $x=-11$

$x=-1$ を代入して $1-2a+a+5=0$、$a=6$。もとの式は $x^2+12x+11=0$、$(x+1)(x+11)=0$。もう1つの解は -11。

(5)　$n=1,\ 19$

$150-6n=6(25-n)$。$25-n=6\times$（平方数）で $25-n=6,\ 24$。$n=19,\ 1$

(6)　$n=21$

$336=2^4\times 3\times 7$。指数が奇数の3と7を n がもてばよいので、最も小さい n は $3\times 7=21$。$\sqrt{\frac{336}{21}}=\sqrt{16}=4$

(7)　25通り

係数の大きい x を固定して数える。$x=1$〜5 で $9+7+5+3+1=25$

(8)　$a=\frac{3}{2}$

$y=2x+2$ の変域は $0\leqq y\leqq 6$。$y=ax^2$ も最小値が0で最大値が6なので $a>0$。最大値は絶対値の大きい $x=2$ のときで $4a=6$、$a=\frac{3}{2}$

(9)　497

$9!=7!\times 8\times 9$ だから $9!-7!=7!\times(72-1)=7!\times 71$。$7!=6!\times 7$ なので $\frac{6!\times 7\times 71}{6!}=7\times 71=497$

(10)　-22

$a\times b$ をできるだけ小さい負の数に、c をできるだけ大きくする。$-3\times 6-4=-22$ が最小。

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。