入試にチャレンジ1　2組の連立・解から定数・解の2乗の和・$\sqrt{\ }$の工夫

(1) x, y についての2組の連立方程式 $\begin{cases} ax+by=-1 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} x-2y=4 \\ bx-ay=7 \end{cases}$ の解が同じとき、a, b の値を求めなさい。

答

(2) x についての2次方程式 $x^2+ax-12=0$ の解の1つが -3 のとき、a の値と、もう1つの解を求めなさい。

答

(3) 2次方程式 $x^2-4x+1=0$ の2つの解を p, q とするとき、p^2+q^2 の値を求めなさい。

答

(4) $(2\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ を、工夫して計算しなさい。

答

解答（答えと短い解き方）

入試の難問 入試⑧ 方程式の定数・解の2乗の和・$\sqrt{\ }$の工夫

入試にチャレンジ1　2組の連立・解から定数・解の2乗の和・$\sqrt{\ }$の工夫

(1)　$a=1$、$b=3$

$3x+2y=4$ と $x-2y=4$ を組にして $x=2$、$y=-1$。残りの式に代入して $a=1$、$b=3$

(2)　$a=-1$、もう1つの解 $x=4$

$x=-3$ を代入して $9-3a-12=0$、$a=-1$。もとの式は $x^2-x-12=0$、$(x+3)(x-4)=0$。もう1つの解は 4

(3)　14

解は $x=2\pm\sqrt{3}$。$p^2+q^2=(2+\sqrt{3})^2+(2-\sqrt{3})^2=(7+4\sqrt{3})+(7-4\sqrt{3})=14$

【別の解き方】$p+q=4$、$pq=1$ だから $p^2+q^2=(p+q)^2-2pq=16-2=14$

(4)　$8\sqrt{6}$

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ を使う。$A+B=4\sqrt{3}$、$A-B=2\sqrt{2}$ だから　$4\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}=8\sqrt{6}$

（それぞれ展開すると $(14+4\sqrt{6})-(14-4\sqrt{6})=8\sqrt{6}$）

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。