第4講　文章題・規則性・動点

割合（割引・食塩水）→ 規則性（表・n の式）→ 動点（場合分け）・2次方程式と解の確かめ

要点の確認	例題	練習（入試の形）	確認テスト
10分	20分	35分	10分

要点　文章題・規則性・動点で使う5つの道具

- **① 割合**　a 割引き → $\times\left(1-\dfrac{a}{10}\right)$、$a$%引き → $\times\left(1-\dfrac{a}{100}\right)$。「2割引きにしたあと300円引き」のように2つの割引があるときは、**順番どおり**に計算する。
- **② 食塩水**　食塩の量 ＝ 食塩水の量 $\times\dfrac{\text{濃度}}{100}$。混ぜたら「食塩の合計 ÷ 食塩水の合計」。同じ量を取り出して入れかえても**食塩水の量は変わらない** → **食塩の量**で式を作る。
- **③ 規則性**　1番目、2番目、…を**表**にして増え方を見る。$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$。色が交互に変わるときは**奇数番目・偶数番目**に分ける。
- **④ 動点**　進んだ長さ ＝ 速さ × 時間。点が**角に着く時間**で場合分けし、それぞれの範囲で長さ・面積を x の式にする。
- **⑤ 解の確かめ**　2次方程式の解が、時間の範囲・個数（自然数）・量の範囲に**入るか**を必ず調べる。入らない解は「問題に合わない」として除く。

例題1　割引の文章題 —— 文字で式を作る

定価 x 円のシャツと定価 y 円のズボンを1枚ずつ買う。

(1)　会員はすべての品物が定価の1割引きになる。会員がシャツとズボンを1枚ずつ買ったときの代金を、x, y を使った式で表しなさい。

(2)　シャツとズボンの定価の合計は6000円である。セールの日はシャツが定価の2割引き、ズボンが定価の3割引きになり、1枚ずつ買うと代金は4400円だった。シャツとズボンの定価をそれぞれ求めなさい。

解き方　(1)　1割引き → 定価の $\dfrac{9}{10}$。$\dfrac{9}{10}x+\dfrac{9}{10}y$　　**答**　$\dfrac{9}{10}(x+y)$ **円**（$\dfrac{9}{10}x+\dfrac{9}{10}y$ 円でもよい）

(2)　定価の合計 → $x+y=6000$ …①

セールの代金 → $\dfrac{8}{10}x+\dfrac{7}{10}y=4400$　両辺を10倍して $8x+7y=44000$ …②

②−①×7 より $x=44000-42000=2000$。①に代入して $y=4000$。

（確かめ：$2000\times0.8+4000\times0.7=1600+2800=4400$）　　**答　シャツ2000円、ズボン4000円**

※ 割合の式は、両辺を10倍・100倍して**係数を整数にしてから**解くとミスが減る。

例題2　食塩水 —— 同じ量を取り出して入れかえる

容器 A には8%の食塩水が300 g、容器 B には3%の食塩水が200 g 入っている。

(1)　A と B の食塩水をすべて混ぜると、何%の食塩水になるか。

(2)　A, B からそれぞれ x g ずつ食塩水を取り出し、A から取り出したものを B に、B から取り出したものを A に入れてよく混ぜたところ、A の濃度は7%になった。x の値を求めなさい。

解き方　(1)　食塩の量は $A：300\times\dfrac{8}{100}=24$ g、$B：200\times\dfrac{3}{100}=6$ g。$\dfrac{24+6}{300+200}\times100=6$　　**答　6%**

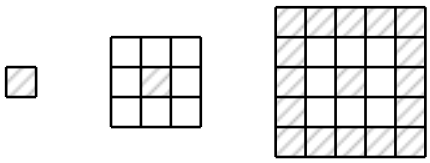
(2)　入れかえたあとの A を表にする（食塩水の量は300 g のまま）。

	食塩水の量	食塩の量
はじめの A	300 g	24 g
A から出す	$-x$ g	$-\dfrac{8}{100}x$ g
B から入る	$+x$ g	$+\dfrac{3}{100}x$ g
あとの A	300 g	$24-\dfrac{5}{100}x$ g

7%なので食塩は $300\times\dfrac{7}{100}=21$ g。$24-\dfrac{5}{100}x=21$ より $x=60$（$0<x\leqq200$ で合う）　**答**　$x=60$

例題3　規則性 —— 表をかいて、奇数番目・偶数番目に分ける

同じ大きさの黒いタイルと白いタイルを、右の図のように並べて正方形を作っていく。1番目は黒いタイル1枚、2番目は1番目のまわりを白いタイルで1周囲む、3番目は2番目のまわりを黒いタイルで1周囲む。このように黒と白を交互に1周ずつ囲んでいく。（図では黒いタイルを斜線で表している）



1番目　　2番目　　3番目

(1)　4番目の図形の白いタイルの枚数を求めなさい。

(2)　15番目の図形では、黒いタイルは白いタイルより何枚多いか。

解き方　n 番目は1辺 $2n-1$ 枚の正方形。n 番目で増える1周は $(2n-1)^2-(2n-3)^2=8(n-1)$ 枚（$n\geqq2$）。表にすると、

番目	1	2	3	4	5	…
増える1周	黒1	白8	黒16	白24	黒32	…
黒の合計	1	1	17	17	49	…
白の合計	0	8	8	32	32	…

(1)　$8+24=32$　　**答　32枚**

(2)　奇数番目の「黒 − 白」は 1番目1、3番目9、5番目17、…と**8ずつ増える**。15番目は奇数番目の8個目なので $1+8\times(8-1)=57$　　**答　57枚**

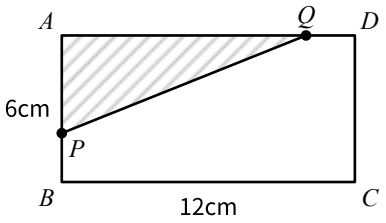
（n が奇数のとき 黒 − 白 $=4n-3$ と表せる。$4\times15-3=57$）

例題4　動点 ―― 時間で場合分け → 2次方程式 → 解の確かめ

右の図のような、$AB = 6$ cm、$AD = 12$ cm の長方形 $ABCD$ がある。点 P は A を出発し、辺 AB, BC 上を $A \to B \to C$ の順に毎秒2 cm の速さで C まで動く。点 Q は P と同時に D を出発し、辺 DA 上を毎秒1 cm の速さで A に向かって動く。P が C に着いたとき、Q も止まる。

(1)　出発してから1秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

(2)　$\triangle APQ$ の面積が20 cm^2 になるのは、出発してから何秒後か。すべて求めなさい。



解き方　P が B に着くのは $6 \div 2 = 3$ 秒後、C に着くのは $(6+12) \div 2 = 9$ 秒後。x 秒後の $AQ = 12 - x$。

(1)　$AP = 2$、$AQ = 11$。$\dfrac{1}{2} \times 2 \times 11 = 11$　　**答　11 cm²**

(2)　【$0 \leqq x \leqq 3$（P は辺 AB 上）】$AP = 2x$ だから 面積 $= \dfrac{1}{2} \times 2x \times (12 - x) = x(12 - x)$。$x(12 - x) = 20$ より $x^2 - 12x + 20 = 0$、$(x - 2)(x - 10) = 0$、$x = 2,\ 10$。$0 \leqq x \leqq 3$ に入るのは $x = 2$ だけ。（$x = 10$ は**範囲外なので不適**）

【$3 \leqq x \leqq 9$（P は辺 BC 上）】底辺 $AQ = 12 - x$、高さは $AB = 6$ で一定。面積 $= \dfrac{1}{2} \times (12 - x) \times 6 = 36 - 3x$。$36 - 3x = 20$ より $x = \dfrac{16}{3}$（範囲に入る）

答　2秒後と $\dfrac{16}{3}$ 秒後

動点の問題は、この順で解く

① 点が**角に着く時間**を書き出す（例題4：P は3秒後に B、9秒後に C）。 ② 範囲ごとに**図をかき**、長さを x の式で書きこむ。 ③ 面積を x の式にして方程式を解く。 ④ 解が**その範囲に入るか**を確かめる。「何秒後か、すべて」と聞かれたら、全部の範囲を調べる。

練習1　スピード練習　1問1分で

目標4分

(1) 定価2500円の品物を2割引きにし、さらに300円引きのクーポンを使って買った。代金を求めなさい。

答

(2) 5%の食塩水240 g には、何 g の食塩がふくまれているか。

答

(3) $1 + 2 + 3 + \cdots + 30$ を計算しなさい。

答

(4) 1辺8 cm の正方形 $ABCD$ の辺 BC 上を、点 P が B から C まで毎秒2 cm で動く。出発して x 秒後の $\triangle ABP$ の面積を x の式で表しなさい。

答

練習2　入試の形で解こう（1）割合の文章題

目標10分

(1) ある文房具店では、1冊200円のノートを、まとめて買うと安くなるように次のように売っている。

・10冊までは、1冊200円。

・11冊以上買うと、10冊をこえた1冊ごとに、買ったすべてのノートの値段が1冊につき4円ずつ安くなる。（例：12冊買うと、すべて1冊192円になる）

・ただし、30冊以上買うと、すべて1冊120円になる。

このノートを15冊買ったときの代金を求めなさい。

答

(2) 11冊以上30冊以下で x 冊買うとき、ノート1冊の値段を x の式で表しなさい。

答

(3) 代金がちょうど3500円になるのは、ノートを何冊買ったときか。

答

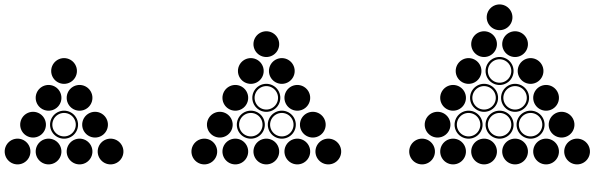
(4) A さんは a 冊（a は10以下の自然数）、B さんは12冊のノートを買う。2人が別々に買うより、2人分をまとめて買う方が、代金の合計が480円安くなる。a の値を求めなさい。

答

練習3　入試の形で解こう（2）規則性

目標10分

(1) 同じ大きさの碁石を、下の図のように正三角形の形に並べていく。1番目は1辺に4個、2番目は1辺に5個、3番目は1辺に6個、…のように、1辺に並ぶ碁石の数を1個ずつ増やしていく。いちばん外側に並ぶ碁石は黒、その内側に並ぶ碁石は白とする。



1番目　2番目　3番目

6番目の図形の黒い碁石の個数を求めなさい。

答

(2) 8番目の図形の碁石は、全部で何個か。

答

(3) n 番目の図形の白い碁石の個数を、n を使った式で表しなさい。

答

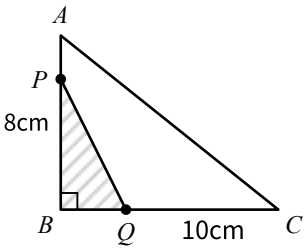
(4) 白い碁石が黒い碁石より57個多くなるのは、何番目の図形か。

答

練習4　入試の形で解こう（3）動点

目標10分

(1) 右の図のように、$AB = 8$ cm、$BC = 10$ cm、$\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。点 P は B を出発し、辺 BA 上を毎秒2 cm の速さで A まで進み、A に着くとすぐに同じ速さで B までもどる。点 Q は P と同時に B を出発し、辺 BC 上を毎秒1 cm の速さで C に向かって動く。P が B にもどったとき、2点は止まる。
出発してから3秒後の $\triangle PBQ$ の面積を求めなさい。



答

(2) P が A から B にもどる途中（$4 \leqq x \leqq 8$）のとき、出発してから x 秒後の BP の長さを x の式で表しなさい。

答

(3) $\triangle PBQ$ の面積が15 cm^2 になるのは、出発してから何秒後か。すべて求めなさい。

答

(4) $\triangle APQ$ の面積が3 cm^2 になるときが3回ある。3回目は出発してから何秒後か。

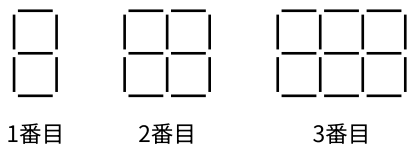
答

確認テスト **10分で解こう**　　点数　　／100点

(1) 6%の食塩水250 g に水を50 g 加えると、何%の食塩水になるか。 **［25点］**

答

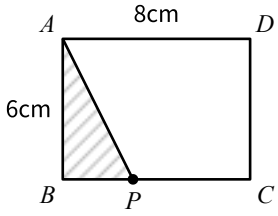
(2) マッチ棒を使って、右の図のように正方形を2段に並べた図形を、1番目、2番目、3番目、…と作っていく。マッチ棒を152本使うのは、何番目の図形か。 **［25点］**



1番目　2番目　3番目

答

(3) 右の図のような、$AB = 6$ cm、$BC = 8$ cm の長方形 $ABCD$ がある。点 P は B を出発し、辺 BC 上を毎秒2 cm の速さで C まで動く。$\triangle ABP$ の面積が15 cm² になるのは、出発してから何秒後か。 **［25点］**



答

(4) ある店で、品物 A を2個と品物 B を1個、全品2割引きの日に買うと、代金は2720円だった。また、品物 A を1個と品物 B を3個、代金の合計から400円引きになるクーポンを使って買うと、代金は3800円だった。品物 A、品物 B の定価をそれぞれ求めなさい。 **［25点］**

答

入試にチャレンジ1　くり返す操作と、数の並び

発展

(1) 容器に8%の食塩水が400 g 入っている。この容器から x g の食塩水を取り出し、かわりに水を x g 入れてよく混ぜる。この操作をもう1回くり返したところ、容器の食塩水の濃度は4.5%になった。x の値を求めなさい。

答

(2) 自然数を、次のように1段目に1個、2段目に2個、3段目に3個、…と並べていく。

1段目	1				
2段目	2	3			
3段目	4	5	6		
4段目	7	8	9	10	
⋮	⋮				

2027は何段目の、左から何番目にあるか。

答

解答（答えと短い解き方）

第4講　文章題・規則性・動点

練習1　スピード練習　1問1分で

(1)　1700円

$2500 \times \dfrac{8}{10} = 2000$、$2000 - 300 = 1700$

(2)　12 g

$240 \times \dfrac{5}{100} = 12$

(3)　465

$\dfrac{30 \times 31}{2} = 465$

(4)　$8x$ cm²

$BP = 2x$。$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 2x = 8x$（$0 \leqq x \leqq 4$）

練習2　入試の形で解こう（1）割合の文章題

(1)　2700円

15冊は10冊を5冊こえるので、1冊 $200 - 4 \times 5 = 180$ 円。$180 \times 15 = 2700$

(2)　$(240 - 4x)$ 円

10冊をこえた冊数は $x - 10$ 冊なので、1冊 $200 - 4(x - 10) = 240 - 4x$ 円。（$x = 12$ のとき192円で、例と合う）

(3)　25冊

$x(240 - 4x) = 3500$ から $(x - 25)(x - 35) = 0$。11〜30冊の範囲に入るのは $x = 25$。

(4)　$a = 6$

別々とまとめての差 $200a + 2304 - (a + 12)(192 - 4a) = 4a^2 + 56a$ が480。$(a - 6)(a + 20) = 0$

練習3　入試の形で解こう（2）規則性

(1)　24個

6番目は1辺に9個。黒は3辺に並び、角の3個を2回数えないように $9 \times 3 - 3 = 24$（n 番目は1辺 $n + 3$ 個で、黒は $3(n + 2)$ 個）

(2)　66個

8番目は1辺に11個。上から1個、2個、…、11個と並ぶので $1 + 2 + \cdots + 11 = \dfrac{11 \times 12}{2} = 66$

(3)　$\dfrac{n(n+1)}{2}$ 個

白は1辺に n 個並ぶ正三角形の形だから $1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ 個。

(4)　14番目

黒は $3(n + 2)$ 個。$\dfrac{n(n+1)}{2} - 3(n + 2) = 57$ から $(n - 14)(n + 9) = 0$、$n = 14$。

練習4　入試の形で解こう（3）動点

(1)　9 cm²

3秒後は $BP = 2 \times 3 = 6$、$BQ = 3$。$\dfrac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$

(2)　$(16 - 2x)$ cm

x 秒で $2x$ cm 進み、$B \to A \to B$ の全体は16 cm。残りの道のりが BP。

(3)　$\sqrt{15}$ 秒後と5秒後

$x \leqq 4$ では $x^2 = 15$、$4 \leqq x \leqq 8$ では $\dfrac{1}{2}(16 - 2x)x = 15$。範囲に入るものを選ぶ。

(4)　$(2 + \sqrt{7})$ 秒後

$x \leqq 4$ では $4x - x^2 = 3$（1秒・3秒）、$4 \leqq x \leqq 8$ では $x^2 - 4x = 3$ で $x = 2 + \sqrt{7}$。

確認テスト　10分で解こう

(1)　5%

食塩は $250 \times \dfrac{6}{100} = 15$ g で変わらない。食塩水は300 g になるので $\dfrac{15}{300} \times 100 = 5$

(2)　30番目

n 番目は横 $3n$ 本・たて $2(n+1)$ 本で $5n+2$ 本。$5n+2 = 152$ より $n = 30$

(3)　$\dfrac{5}{2}$ 秒後

x 秒後は $BP = 2x$。$\dfrac{1}{2} \times 6 \times 2x = 6x$。$6x = 15$ より $x = \dfrac{5}{2}$（P が C に着く4秒後より前なので合う）

(4)　品物 A 1200円、品物 B 1000円

定価を x, y 円として $2x + y = 3400$、$x + 3y = 4200$ の連立方程式を解く。

入試にチャレンジ1　くり返す操作と、数の並び

(1)　$x = 100$

2回の操作で食塩は $32\left(1 - \dfrac{x}{400}\right)^2 = 18$ g。$1 - \dfrac{x}{400} = \dfrac{3}{4}$（$0 < x < 400$）

(2)　64段目の左から11番目

n 段目の右はしは $\dfrac{n(n+1)}{2}$。63段目が2016、64段目が2080だから64段目、$2027 - 2016 = 11$。

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。