第8講　仕事算と点の移動

仕事算（3人）・点の移動と面積

要点の確認	例題	練習	確認テスト
10分	15分	40分	10分

要点　仕事算と点の移動　解き方の手順

型	場面	解き方のポイント
仕事算	1人・2人・3人でする	全体の仕事量を、かかる時間（日数）の**最小公倍数**にする。例　Aさん6日・Bさん9日 → 全体を18とすると、1日にAさん3、Bさん2。2人で $18 \div (3+2) = 3.6$ → **4日目**に終わる（わり切れないときの「何日目」は＋1）。全体を1として、1日に $\frac{1}{6}$・$\frac{1}{9}$ と分数で考えてもよい。
	交代する・途中から加わる	線分図に、だれが何日（何分）したかを書く。**した分をひいた残り÷1日（1分）の量**。
	途中で休む	休まなかった人の仕事の量を先に出す。残りを休んだ人の1日の量でわると、働いた日数が出る。
	2人ずつの組	（A＋B）＋（B＋C）＋（C＋A）は、3人の1日の量の**2倍**。
点の移動	どの辺の上にいるか	進んだ長さ＝速さ×時間。辺の長さを順にたして、**何秒から何秒までどの辺の上か**を図に書きこむ。
	三角形の面積	動かない辺を底辺にして、高さを見る。**底辺に平行な辺の上では、面積は変わらない**。
	面積が□になるとき	辺ごとに分けて考える。答えが2つ以上あることが多い。
	グラフ・2つの点	グラフの折れ目は、点が頂点に着いたとき。2つの点は旅人算（反対向きは速さの和、同じ向きは差）。

例題1　3人の仕事算 —— 全体を最小公倍数にする

ある仕事を仕上げるのに、Aさん1人では18分、Bさん1人では12分、Cさん1人では36分かかります。

(1)　仕事全体の量を36とすると、Aさん、Bさん、Cさんが1分間にする仕事の量は、それぞれいくつですか。

(2)　この仕事を3人でいっしょにすると、何分で仕上がりますか。

(3)　この仕事をAさんとBさんの2人ですると、何分何秒で仕上がりますか。

解き方　(1)　36は、18、12、36の最小公倍数。全体を36とすると、1分間に　Aさん $36 \div 18 = 2$、Bさん $36 \div 12 = 3$、Cさん $36 \div 36 = 1$　　**答　Aさん 2、Bさん 3、Cさん 1**

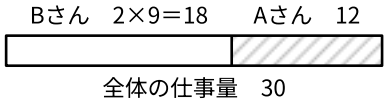
(2)　3人では1分間に $2+3+1=6$ の仕事をする。$36 \div 6 = 6$　　**答　6分**

(3)　2人では1分間に $2+3=5$。$36 \div 5 = 7.2$（分）。0.2分は $60 \times 0.2 = 12$（秒）　　**答　7分12秒**

（分数で考えると、1分間にAさんは全体の $\frac{1}{18}$、Bさんは $\frac{1}{12}$。2人で $\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{5}{36}$ なので、$1 \div \frac{5}{36} = \frac{36}{5} = 7.2$（分）。同じ答えになる）

例題2　途中で休む ―― 休まなかった人の仕事を先に出す

ある仕事を、Aさん1人では10日、Bさん1人では15日で仕上げます。
(1)　この仕事を2人でいっしょにすると、何日で仕上がりますか。
(2)　この仕事を2人で始めましたが、途中でAさんが何日か休んだので、仕上げるのに、始めてから9日かかりました。Bさんは1日も休みませんでした。Aさんが休んだのは何日間ですか。



解き方　全体の仕事量を、10と15の最小公倍数30とする。1日に、Aさんは $30 \div 10 = 3$、Bさんは $30 \div 15 = 2$ の仕事をする。
(1)　$30 \div (3 + 2) = 6$　　**答　6日**
(2)　Bさんは休まずに9日間働いたので、$2 \times 9 = 18$。残りの $30 - 18 = 12$ が、Aさんのした仕事（右の線分図）。
Aさんが働いたのは $12 \div 3 = 4$（日間）なので、休んだのは $9 - 4 = 5$（日間）　　**答　5日間**

例題3　2人ずつの組 ―― 3つの組を合わせると3人の2倍

ある仕事を、AさんとBさんの2人ですると12分、BさんとCさんの2人ですると15分、CさんとAさんの2人ですると20分で仕上げます。
(1)　この仕事を3人でいっしょにすると、何分で仕上がりますか。
(2)　この仕事をCさん1人ですると、何分で仕上がりますか。

解き方　全体の仕事量を、12・15・20の最小公倍数60とする。1分間にする仕事の量は、A＋Bが $60 \div 12 = 5$、B＋Cが $60 \div 15 = 4$、C＋Aが $60 \div 20 = 3$。
(1)　3つを合わせると $5 + 4 + 3 = 12$。この中には、Aさん・Bさん・Cさんが2回ずつ入っているので、3人の1分間の量は $12 \div 2 = 6$。$60 \div 6 = 10$　　**答　10分**
(2)　Cさん＝（3人）－（A＋B）＝$6 - 5 = 1$。$60 \div 1 = 60$　　**答　60分**
（同じように、Aさんは $6 - 4 = 2$ で30分、Bさんは $6 - 3 = 3$ で20分。点検：A＋B＝5、B＋C＝4、C＋A＝3）

練習1　スピード練習　仕事算　1問1分で

目標4分

(1) Aさん1人では9日かかる仕事を、AさんとBさんの2人ですると6日で仕上げます。Bさん1人では何日かかりますか。

答

(2) Aさんは1分間に仕事全体の $\frac{1}{30}$、Bさんは $\frac{1}{45}$ の仕事をします。2人ですると何分で仕上がりますか。

答

(3) Aさん1人では16日、Bさん1人では24日かかる仕事を、はじめにAさんが6日し、残りをBさん1人でしました。Bさんは何日しましたか。

答

(4) Aさん1人では4日、Bさん1人では10日かかる仕事を、2人ですると何日目に仕上がりますか。

答

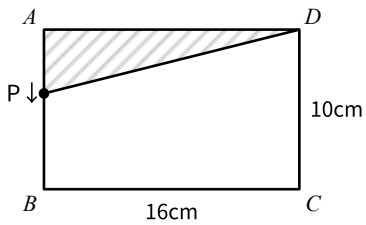
例題4　点の移動 —— どの辺の上にいるかを先に決める

右の図のような、AB＝10 cm、BC＝16 cm の長方形ABCDがあります。点PはAを出発し、辺上を毎秒2 cmの速さでA→B→C→Dの順に動き、Dで止まります。

(1)　出発してから4秒後の三角形APDの面積は何 cm^2ですか。

(2)　出発してから9秒後の三角形APDの面積は何 cm^2ですか。

(3)　三角形APDの面積が48 cm^2になるのは、出発してから何秒後と何秒後ですか。



解き方　Pは、AB上を $10 \div 2 = 5$（秒）、BC上を $16 \div 2 = 8$（秒）、CD上を5秒かけて動く。つまり　AB上 0〜5秒、BC上 5〜13秒、CD上 13〜18秒。

(1)　4秒後、Pは $2 \times 4 = 8$（cm）進んでAB上にあり、AP＝8 cm。三角形APDは、底辺AD＝16 cm、高さAP＝8 cm。$16 \times 8 \div 2 = 64$　　**答　64 cm^2**

(2)　9秒後は $2 \times 9 = 18$（cm）進んで、BC上にある。BCはADに平行なので、高さはいつもAB＝10 cm。$16 \times 10 \div 2 = 80$　　**答　80 cm^2**

(3)　BC上ではいつも80 cm^2なので、AB上とCD上で考える。AB上では、AD×AP÷2＝48 より AP＝$48 \times 2 \div 16 = 6$（cm）→ $6 \div 2 = 3$（秒後）。

CD上でも、DP＝6 cm のとき48 cm^2。Pが進んだ長さは $10 + 16 + (10 - 6) = 30$（cm）→ $30 \div 2 = 15$（秒後）

答　3秒後と15秒後

例題5　グラフで読む —— 折れ目は頂点に着いたとき

図1のような長方形ABCDの辺上を、点PがBを出発して、毎秒1 cmの速さでB→C→D→Aの順に動き、Aで止まります。図2のグラフは、Pが出発してからの時間と、三角形ABPの面積の関係を表したものです。

(1)　辺BCの長さは何 cmですか。

(2)　辺ABの長さは何 cmですか。

(3)　三角形ABPの面積が20 cm^2になるのは、出発してから何秒後と何秒後ですか。

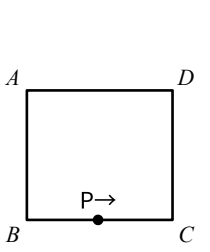


図1

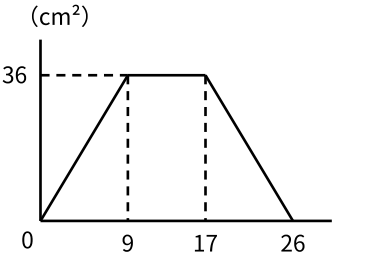


図2

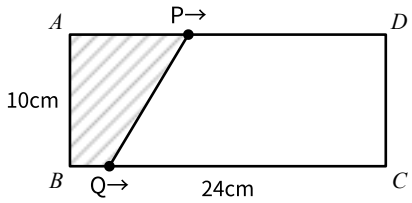
解き方　(1)　グラフは9秒後に折れて、そこから面積が変わらない。PがCに着いたのが9秒後なので、BC＝$1 \times 9 = 9$（cm）　　**答　9 cm**

(2)　CD上（9〜17秒）では、三角形ABPの高さはいつもBC＝9 cm で、面積は36 cm^2。AB＝$36 \times 2 \div 9 = 8$（cm）（CDを進んだ時間 $17 - 9 = 8$（秒）からも8 cm）　　**答　8 cm**

(3)　BC上：AB×BP÷2＝20 より BP＝$20 \times 2 \div 8 = 5$（cm）→ 5秒後。DA上：高さはAP。AP＝5 cm のとき20 cm^2で、Pは $9 + 8 + (9 - 5) = 21$（cm）進んでいる → 21秒後　　**答　5秒後と21秒後**

（グラフは左右対称（たいしょう）な形なので、26秒後から5秒もどった21秒後と考えてもよい）

例題6　2つの点 —— 面積が等しくなるのは「上の辺＋下の辺」が等しいとき



右の図のような、AB＝10 cm、BC＝24 cm の長方形ABCDがあります。点PはAを出発し、辺AD上を毎秒3 cmの速さで動き、Dに着くとすぐに折り返してAへもどり、これをくり返します。点QはPと同時にBを出発し、辺BC上を毎秒1 cmの速さで動き、Cで止まります。直線PQで、長方形を四角形ABQPと四角形PQCDに分けます。

(1)　出発してから3秒後の四角形ABQPの面積は何 cm^2ですか。

(2)　四角形ABQPと四角形PQCDの面積が初めて等しくなるのは、出発してから何秒後ですか。

(3)　2回目に等しくなるのは、出発してから何秒後ですか。

解き方　2つの四角形は、どちらも高さ10 cmの台形。面積が等しいのは（上の辺＋下の辺）が等しいとき、つまりAP＋BQ＝PD＋QC のとき。4つを合わせると $24+24=48$（cm）なので、**AP＋BQ＝24 cm** になればよい。

(1)　3秒後、AP＝$3\times3=9$（cm）、BQ＝$1\times3=3$（cm）。$(9+3)\times10\div2=60$　　**答　60 cm^2**

(2)　AP＋BQは、1秒に $3+1=4$（cm）ずつ増える。$24\div4=6$　　**答　6秒後**

(3)　PがDに着くのは $24\div3=8$（秒後）で、このとき AP＋BQ＝$24+8=32$（cm）。そのあとPはAへもどるので、AP＋BQは1秒に $3-1=2$（cm）ずつ減る。$(32-24)\div2=4$（秒）→ $8+4=12$（秒後）　　**答　12秒後**

（点検：12秒後は AP＝$24-3\times4=12$、BQ＝12 で、PQはABと平行。四角形ABQPは $12\times10=120$（cm^2）で、長方形 240 cm^2 の半分）

練習2　スピード練習　点の移動　1問1分で

目標4分

(1) AB＝6 cm、AD＝10 cm の長方形ABCDの辺AB上を、点PがAからBへ毎秒1.5 cmで動きます。出発してから2秒後の三角形APDの面積は何 cm^2ですか。

答

(2) 1辺12 cmの正方形ABCDの辺上を、点PがAを出発してA→B→Cと毎秒3 cmで動きます。出発してから5秒後の三角形APDの面積は何 cm^2ですか。

答

(3) ひし形ABCDの対角線ACは16 cm、BDは12 cmです。点Pが辺ABのまん中にあるとき、三角形PBDの面積は何 cm^2ですか。

答

(4) まわりの長さが48 cmの長方形の辺上を、点Pは毎秒2 cm、点Qは毎秒4 cmで、同じ頂点から反対向きに同時に出発します。PとQが初めて重なるのは何秒後ですか。

答

練習3　入試の形で解こう（1）　仕事算（3人）

目標10分

ある仕事を仕上げるのに、Aさん1人では21分、Bさん1人では28分、Cさん1人では42分かかります。

(1) この仕事をAさんとBさんの2人ですると、何分で仕上がりますか。

答

(2) この仕事を3人ですると、何分何秒で仕上がりますか。

答

(3) この仕事を、はじめにAさんとBさんの2人で6分間したあと、残りをCさん1人でしました。Cさんが仕事をしたのは何分間ですか。

答

(4) この仕事を3人で始めましたが、途中でAさんがぬけたので、残りをBさんとCさんの2人で続けたところ、始めてから12分で仕上がりました。Aさんが仕事をしたのは何分間ですか。

答

練習4　入試の形で解こう（2）　仕事算（何日目・途中から加わる）

目標8分

ある仕事を仕上げるのに、Aさん1人では14日、Bさん1人では35日かかります。また、Aさん、Bさん、Cさんの3人ですると、ちょうど7日で仕上がります。

(1) この仕事をAさんとBさんの2人ですると、何日で仕上がりますか。

答

(2) この仕事をCさん1人ですると、何日目に仕上がりますか。

答

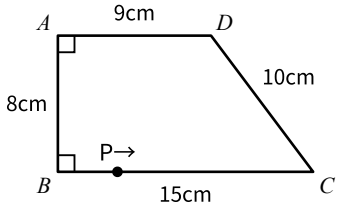
(3) この仕事を、はじめはAさん1人でしていましたが、途中からBさんとCさんが加わり、3人で仕上げました。始めてからちょうど10日で仕上がったとき、Aさんが1人で仕事をしたのは何日間ですか。

答

練習5　入試の形で解こう（3）　台形の辺上を動く点

目標10分

右の図のような、角Aと角Bが直角の台形ABCDがあります。AB＝8 cm、BC＝15 cm、CD＝10 cm、DA＝9 cm です。点PはBを出発し、辺上を毎秒1 cmの速さでB→C→D→Aの順に動き、Aで止まります。



(1) 出発してから6秒後の三角形ABPの面積は何 cm^2ですか。

答

(2) 三角形ABPの面積が30 cm^2になるのは、出発してから何秒後と何秒後ですか。

答

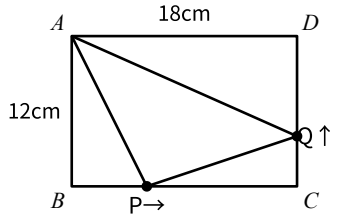
(3) 出発してから20秒後の三角形ABPの面積は何 cm^2ですか。

答

練習6　入試の形で解こう（4）　長方形の辺上を動く2つの点

目標10分

右の図のような、AB＝12 cm、AD＝18 cm の長方形ABCDがあります。点PはBを出発し、辺BC上を毎秒3 cmの速さでCまで動きます。点QはPと同時にCを出発し、辺CD上を毎秒2 cmの速さでDまで動きます。PとQは、どちらも出発してから6秒後に止まります。



(1) 出発してから2秒後の三角形ABPの面積は何 cm^2ですか。

答

(2) 三角形ABPと三角形ADQの面積が等しくなるのは、出発してから何秒後ですか。

答

(3) 出発してから4秒後の三角形APQの面積は何 cm^2ですか。

答

(4) 三角形APQの面積が(3)と同じになるのは、4秒後のほかに、出発してから何秒後ですか。

答

確認テスト **10分で解こう**　　点数　　／100点

(1) Aさん1人では36分、Bさん1人では45分かかる仕事があります。この仕事を2人ですると、何分で仕上がりますか。 **[20点]**

答

(2) ある仕事を、Aさん1人では8日、Bさん1人では12日、Cさん1人では24日で仕上げます。この仕事を3人ですると、何日で仕上がりますか。 **[20点]**

答

(3) ある仕事を、Aさん1人では15日、Bさん1人では25日で仕上げます。はじめにAさんが1人で6日間仕事をし、残りをBさん1人でしました。Bさんは何日間仕事をしましたか。 **[20点]**

答

(4) AB＝9 cm、BC＝14 cm の長方形ABCDの辺BC上を、点PがBからCに向かって毎秒2 cmの速さで動きます。出発してから5秒後の三角形ABPの面積は何 cm^2ですか。 **[20点]**

答

(5) 1辺10 cmの正方形ABCDの辺上を、点PがAを出発して、毎秒2 cmの速さでA→B→C→Dの順に動き、Dで止まります。三角形APDの面積が20 cm^2になるのは、出発してから何秒後と何秒後ですか。 **[20点]**

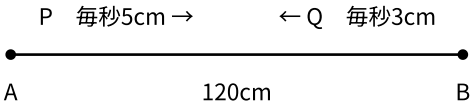
答

入試にチャレンジ1　発展　仕事量の比・往復・平行線と面積・グラフ

(1) Aさんが3日でする仕事の量と、Bさんが4日でする仕事の量は同じです。ある仕事を、AさんとBさんの2人で12日間すると、全体の $\frac{7}{10}$ が終わります。この仕事をAさん1人ですると、何日で仕上がりますか。

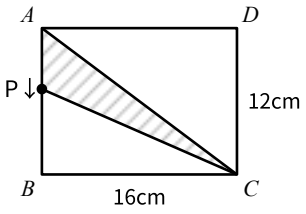
答

(2) AB＝120 cm の直線があります。点PはAを、点QはBを同時に出発し、それぞれAとBの間を何度も往復します。Pは毎秒5 cm、Qは毎秒3 cmの速さで進み、はしに着くとすぐに折り返します。PとQが3回目に重なるのは、出発してから何秒後ですか。（PがQに後ろから追いつくときも、重なるに数えます。）



答

(3) AB＝12 cm、BC＝16 cm の長方形ABCDに、対角線ACをひきます。点PはAを出発し、辺上を毎秒2 cmの速さでA→B→C→D→Aの順に1周して、Aで止まります。三角形PACの面積が24 cm²になるときは何回ありますか。また、そのうち3回目は、出発してから何秒後ですか。



答

(4) 図1のような、角Aと角Bが直角の台形ABCDがあります。点PはBを出発し、辺上を毎秒2 cmの速さでB→C→D→Aの順に動き、Aで止まります。図2のグラフは、Pが出発してからの時間と三角形ABPの面積の関係を表したものです。三角形ABPの面積が36 cm²になるのは、出発してから何秒後と何秒後ですか。

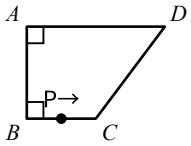


図1

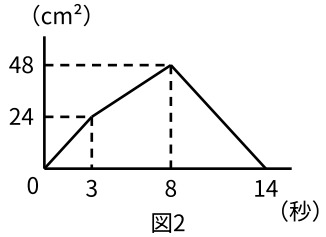


図2

答

解答（答えと短い解き方）

第8講　仕事算と点の移動

練習1　スピード練習　仕事算　1問1分で

(1)　18日

全体を18とすると、1日にAさん2、2人で3。Bさんは $3-2=1$ なので $18\div 1=18$（日）

(2)　18分

$\dfrac{1}{30}+\dfrac{1}{45}=\dfrac{1}{18}$。$1\div\dfrac{1}{18}=18$（分）

(3)　15日

全体を48とすると、1日にAさん3、Bさん2。$48-3\times 6=30$、$30\div 2=15$（日）

(4)　3日目

全体を20とすると、1日にAさん5、Bさん2。$20\div 7=2\dfrac{6}{7}$ なので、2日では少し残り、3日目に仕上がる。

練習2　スピード練習　点の移動　1問1分で

(1)　15 cm²

AP＝$1.5\times 2=3$（cm）。$10\times 3\div 2=15$（cm²）

(2)　72 cm²

Pは $3\times 5=15$（cm）進んでBC上。高さはAB＝12 cm。$12\times 12\div 2=72$（cm²）

(3)　24 cm²

三角形ABDは、ひし形 $16\times 12\div 2=96$（cm²）の半分の 48 cm²。PBDはその半分で $48\div 2=24$（cm²）

(4)　8秒後

反対向きなので、2点が合わせて1周（48 cm）進んだときに重なる。$48\div(2+4)=8$（秒後）

練習3　入試の形で解こう（1）　仕事算（3人）

(1)　12分

全体を84とすると、1分間にAさん4、Bさん3、Cさん2。$84\div(4+3)=12$（分）

(2)　9分20秒

3人で1分間に $4+3+2=9$。$84\div 9=9\dfrac{1}{3}$（分）＝9分20秒

(3)　21分間

AさんとBさんが6分間でした仕事は $(4+3)\times 6=42$。残りは $84-42=42$ で、Cさんは $42\div 2=21$（分間）

(4)　6分間

BさんとCさんは12分間で $(3+2)\times 12=60$。残り $84-60=24$ をAさんがした。$24\div 4=6$（分間）

練習4　入試の形で解こう（2）　仕事算（何日目・途中から加わる）

(1)　10日

全体を70とすると、1日にAさん5、Bさん2。$70\div(5+2)=10$（日）

(2)　24日目

3人で1日に10、Cさんは $10-5-2=3$。$70\div 3=23\dfrac{1}{3}$ なので、24日目に仕上がる。

(3)　6日間

Aさんは10日で $5\times 10=50$。残り20をBさんとCさん（1日に5）で $20\div 5=4$（日間）。$10-4=6$（日間）

練習5　入試の形で解こう（3）　台形の辺上を動く点

(1)　24 cm²

6秒後、BP＝6 cm。$8\times 6\div 2=24$（cm²）

(2)　7.5秒後と26.5秒後

BC上はBP＝7.5 cm で7.5秒後。CD上は30 cm²にならない。DA上はAP＝7.5 cm で $15+10+1.5=26.5$（秒後）

(3)　48 cm²

PはCDのまん中で、高さは $(15+9)\div 2=12$（cm）。$8\times 12\div 2=48$（cm²）

練習6　入試の形で解こう（4）　長方形の辺上を動く2つの点

(1)　36 cm²

2秒後、BP＝$3\times 2=6$（cm）。$12\times 6\div 2=36$（cm²）

(2)　3秒後

ABPは1秒に 18 cm² 増え、ADQは 108 cm² から1秒に 18 cm² 減る。$108\div(18+18)=3$（秒後）

(3)　84 cm²

長方形から3つの直角三角形をひく。$216-72-24-36=84$（cm²）

(4)　2秒後

ABPとADQの和はいつも 108 cm² なので、APQ＝$108-$（PCQ）。PCQが 24 cm² になるのは2秒後と4秒後。

確認テスト　10分で解こう

(1)　20分

全体を180とすると、1分間にAさん5、Bさん4。$180\div(5+4)=20$（分）

(2)　4日

全体を24とすると、1日にAさん3、Bさん2、Cさん1。$24\div(3+2+1)=4$（日）

(3)　15日間

全体を75とすると、1日にAさん5、Bさん3。$75-5\times 6=45$、$45\div 3=15$（日間）

(4)　45 cm²

BP＝$2\times 5=10$（cm）。$9\times 10\div 2=45$（cm²）

(5)　2秒後と13秒後

AB上：AP＝4 cm で2秒後。BC上はいつも 50 cm²。CD上：DP＝4 cm（$10+10+6=26$ cm 進む）で13秒後。

入試にチャレンジ1　発展　仕事量の比・往復・平行線と面積・グラフ

(1)　30日

1日の量の比は A：B＝4：3。12日間で $(4+3)\times 12=84$ が全体の $\dfrac{7}{10}$ なので、全体は120。$120\div 4=30$（日）

(2)　60秒後

1回目は15秒後、2回目は合わせて360 cmで45秒後。48秒後PはAに、QはAから24 cm。$24\div(5-3)=12$ で60秒後。

(3)　4回、3回目は15.5秒後

Pのいる辺を底辺にして考える。AB上 1.5秒後、BC上 12秒後、CD上（CP＝3 cm）15.5秒後、DA上 26秒後の4回。

(4)　5.5秒後と9.5秒後

AB＝8 cm、AD＝12 cm。CD上は1秒に4.8 cm²増え $3+12\div 4.8=5.5$（秒後）。DA上はAP＝9 cm で $8+3\div 2=9.5$

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。