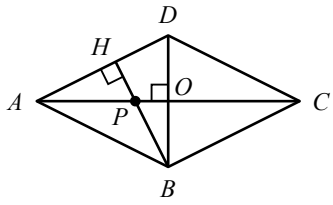
例題1　ひし形と三平方 ―― 面積を2通りに・相似で長さ

右の図のように、対角線 $AC=8$ cm、$BD=4$ cm のひし形 $ABCD$ があり、対角線の交点を O とする。点 B から辺 AD に垂線 BH をひき、BH と AC の交点を P とする。
(1)　辺 AB の長さを求めなさい。 (2)　線分 BH の長さを求めなさい。 (3)　線分 AP の長さを求めなさい。



解き方　(1)　ひし形の対角線は垂直に交わり、たがいに二等分するから $AO=4$、$BO=2$。$\triangle ABO$ で三平方の定理より　$AB=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$　　**答**　$2\sqrt{5}$ cm

(2)　$\triangle ABD$ の面積を2通りに表す。$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times BD\times AO=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$、また $\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times AD\times BH$。$AD=2\sqrt{5}$ だから $\sqrt{5}BH=8$、$BH=\dfrac{8}{\sqrt{5}}=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$　　**答**　$\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$ cm

(3)　$\triangle BOP$ と $\triangle AOD$ で、$\angle BOP=\angle AOD=90^\circ$。$\angle OBP=90^\circ-\angle BPO=90^\circ-\angle APH=\angle PAH$ だから $\triangle BOP\backsim\triangle AOD$（2組の角）。

$OP:OB=OD:OA$ より $OP:2=2:4$、$OP=1$。$AP=AO-OP=4-1=3$　　**答**　3 cm

練習1　スピード練習　1問1分で

目標6分

(1) $AD\parallel BC$ の台形 $ABCD$ で、$AD=6$ cm、$BC=15$ cm である。対角線の交点を O とするとき、$AO:OC$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

答

(2) $\triangle ABC$ の辺 AB, AC 上にそれぞれ点 D, E があり、$DE\parallel BC$ である。$AD=5$ cm、$DB=3$ cm、$BC=16$ cm のとき、DE の長さを求めなさい。

答

(3) 面積が 40 cm^2 の $\triangle ABC$ の辺 BC 上に、$BD:DC=2:3$ となる点 D をとる。$\triangle ABD$ の面積を求めなさい。

答

(4) 2本の対角線の長さが 10 cm と 24 cm のひし形の、1辺の長さを求めなさい。

答

(5) $\triangle ABC$ の辺 AB 上に $AD:DB=1:2$ となる点 D、辺 AC 上に $AE:EC=3:1$ となる点 E をとる。（$\triangle ADE$ の面積）：（$\triangle ABC$ の面積）を最も簡単な整数の比で表しなさい。

答

(6) 線分 AB 上に、$AP:PB=2:3$ となる点 P と、$AQ:QB=3:1$ となる点 Q をとる。$AP:PQ:QB$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

答

解答（答えと短い解き方）

相似 発展② 平行線と線分の比・面積の比

練習1　スピード練習　1問1分で

(1)　$2:5$

$\triangle OAD \backsim \triangle OCB$（砂時計）。$AO:OC = AD:CB = 6:15 = 2:5$

(2)　10 cm

$AD:AB = 5:8$ だから $DE = 16 \times \dfrac{5}{8} = 10$

(3)　16 cm²

高さが同じなので、面積の比は底辺の比。$40 \times \dfrac{2}{5} = 16$

(4)　13 cm

対角線はたがいに垂直に二等分するので、1辺は 5 cm と 12 cm を2辺とする直角三角形の斜辺。$\sqrt{5^2+12^2} = \sqrt{169} = 13$

(5)　$1:4$

$\angle A$ が共通。$\dfrac{AD}{AB} \times \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$

(6)　$8:7:5$

AB を 5 と 4 の最小公倍数 20 にそろえる。$AP = 20 \times \dfrac{2}{5} = 8$、$AQ = 20 \times \dfrac{3}{4} = 15$。$AP:PQ:QB = 8:(15-8):(20-15) = 8:7:5$

くわしい解き方は創心館出版の攻略テキスト（別冊解答）に載っています。